



TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU
Fakultät für Informatik und Automatisierung
Institut für Technische Informatik und Ingenieurinformatik
Fachgebiet System- und Software-Engineering
Institut für Automatisierungs- und Systemtechnik
Fachgebiet Systemanalyse

Aktive Formationsänderung zur verbesserten hindernisfreien Pfadplanung für Teams aus Autonomen Maritimen Fahrzeugen

Diplomarbeit

zur Erlangung des akademischen Grads Diplom-Informatiker

vorgelegt von: Bassam Alrifae

Hochschullehrer: Prof. Dr.–Ing. habil. Armin Zimmermann
Institut für Technische Informatik und Ingenieurinformatik
Fachgebiet System- und Software-Engineering
Prof. Dr.–Ing. habil. Christoph Ament
Institut für Automatisierungs- und Systemtechnik
Fachgebiet Systemanalyse

Hochschulbetreuer: Dr.–Ing. Thomas Glotzbach
Dipl.–Ing. Matthias Schneider
Institut für Automatisierungs- und Systemtechnik
Fachgebiet Systemanalyse
Dipl.–Ing. Marco Jacobi
Fraunhofer AST Ilmenau

Ilmenau, den 25.05.2010

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2010200221

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des „GREX“ Projekts am Fachgebiet Systemanalyse der Technischen Universität Ilmenau erstellt. Sie präsentiert ein Hindernisvermeidungskonzept für Teams aus autonomen maritimen Fahrzeugen. Die Kollisionsvermeidung ist essenziell bei der Planung von Missionen für ein Fahrzeugteam und wird entweder unter Einhaltung der anfänglich vorhandenen Formation oder durch die Änderung dieser erreicht. Bei der Erstellung dieser Arbeit mussten Anforderungen an einen Missionsplan eines Teams aus Unterwasserfahrzeugen unter Einhaltung eines Sicherheitsabstands zu den Hindernisobjekten berücksichtigt werden. Diese ergeben sich aus den im Allgemeinen beschränkten Manövrierfähigkeiten eines Unterwasserfahrzeugs.

Das Konzept beinhaltet Algorithmen zur Kollisionserkennung, Vergrößerung und Diskretisierung der Hindernisse, Sichtbarkeitsgrapherzeugung, Modifizierung des Suchgraphen und der Start- und Zielposition, Formationsänderung und zur Generierung neuer Missionspläne. Für die Kollisionserkennung werden Verfahren zur Schnittpunktberechnung zwischen den definierten Missionsplanelementen Strecke und Kreisbogen und den als Ellipsen modellierten Objekten eingesetzt. Wird eine Kollisionssituation erkannt, wird eine Start- und Zielposition generiert, wobei ein Sicherheitsabstand zu den Objekten definiert wird. Das dahinter stehende Ziel ist, das Team sicher und kollisionsfrei zwischen Start- und Zielposition zu führen. Die Wegeplanung einer Formationsfahrt wird für ein definiertes virtuelles Führungsfahrzeug durchgeführt, wobei die Hindernisobjekte zur Berücksichtigung der geometrischen Formationsausdehnung vergrößert werden. Der Suchgraph wird hierbei modifiziert, um nur gültige Wege, die vom Team unter Berücksichtigung der Anforderungen gefahren werden können, zu enthalten. Die Änderung der Formation geschieht durch den Spurwechsel eines Fahrzeugs von seiner Sollspur auf die freie Spur eines benachbarten Fahrzeugs. Dies wird durch die Verwendung von zwei Kreisbogenmanövern, die zwischen den beiden Spuren platziert werden, realisiert. Die Missionspläne der Teamfahrzeuge werden durch die Transformation des Missionsplans des Führungsfahrzeugs erzeugt. Existieren mehrere Umplanungsmöglichkeiten werden diese unter Verwendung von Bewertungskriterien, die die aktuelle Missionsaufgabe durch Gewichtungsfaktoren berücksichtigen, bewertet.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Motivation und Einordnung der Arbeit	1
1.1.1. Motivation	1
1.1.2. Forschungsprojekt „GREX“	2
1.2. Aufbau und Ziel der Arbeit	3
2. Grundlagen und Anforderungen	5
2.1. Missionsplan und Hindernis	5
2.2. Fahrzeugteam	5
2.3. Beschreibung der Datenstrukturen	6
2.3.1. Objektmodellierung	6
2.3.2. Missionsplan	8
2.4. Definition der Formationstreue	10
2.5. Einführung in die Graphentheorie	11
2.6. Anforderungen an die Hindernisvermeidung	12
2.7. Zusammenfassung	13
3. Hindernisrepräsentation	14
3.1. Einführung in die Hindernisrepräsentation	14
3.2. Kollisionserkennung	14
3.3. Kollisionsvermeidung	16
3.4. Vergrößerung der Hindernisse	18
3.5. Diskretisierung der Hindernisse	26
3.6. Zusammenfassung	30
4. Wegeplanung der Formationsfahrt	32
4.1. Einführung in die Wegeplanung	32
4.2. Graphenbasierte Darstellung der Umwelt	32
4.3. Erstellung eines stetigen Wegs	33
4.3.1. Wegpunkte und Missionsplan	33
4.3.2. Streckenmanöver – Streckenmanöver	34

4.3.3. Kreisbogenmanöver – Streckenmanöver	36
4.4. Vorstellung des Konzepts zur Wegeplanung	39
4.5. Bildung des Missionsplans des <i>FFZ</i>	40
4.6. Start- und Zielpunktgenerierung	41
4.7. Erzeugen eines Sichtbarkeitsgraphen	42
4.8. Pfadsuche	43
4.8.1. Suchalgorithmus	43
4.8.2. Entwurf des Suchgraphen	44
4.8.3. Modifikation des Start- und Zielpunkts	50
4.9. Erzeugung der Missionspläne	53
4.9.1. Missionsplan des virtuellen Führungsfahrzeugs	53
4.9.2. Missionspläne der Verfolgungsfahrzeuge	53
4.10. Anforderungen an den Missionsplan für die Formationsfahrt	54
4.11. Zusammenfassung	54
5. Formationsänderung	56
5.1. Einführung in die Formationsänderung	56
5.2. Repräsentation der Kollisionspositionen	57
5.3. Spurwechsel zwischen Streckenmanövern	59
5.4. Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern	63
5.5. Spurwechsel über zwei verschiedene Manöver	67
5.6. Anforderungen an den Missionsplan für den Spurwechsel	72
5.7. Zusammenfassung	76
6. Bewertungskriterien	77
6.1. Anwendung verschiedener Umplanungsstrategien	77
6.2. Formationserhaltung	78
6.3. Nutzung des geplanten Missionsplans	79
6.4. Länge des umgeplanten Missionsplans	79
6.5. Wahl der Gewichtungsfaktoren	80
6.6. Zusammenfassung	81
7. Umsetzung und Simulation	82
7.1. Softwaretechnische Umsetzung	82
7.2. Simulative Untersuchung der Kollisionsvermeidung	86
7.2.1. Simulationsumgebung	86
7.2.2. Ausgewählte Beispiele	87
7.2.3. Vergleich von Formationsfahrt und Formationsänderung	91
7.3. Zusammenfassung	94

8. Zusammenfassung und Ausblick	95
8.1. Zusammenfassung	95
8.2. Ausblick	96
A. Anhang	98
A.1. Ellipsendiskretisierungs-Algorithmus	98
A.2. Abbildungen zur Formationsänderung	101

Variablen und Abkürzungen

$a_{Ellipse}$	Hauptachse der Ellipse
$arcDir$	Drehrichtung eines Kreisbogenmanövers
AUV	<u>A</u> utonomous <u>U</u> nderwater <u>V</u> ehicle
$b_{Ellipse}$	Nebenachse der Ellipse
d_{sec}	Sicherheitsabstand
fb	Formationsbreite
FFZ	virtuelles Führungsfahrzeug
fl	Formationslänge
$FZID$	Fahrzeugnummer
l_{min}	minimale Manöverlänge
$ManID$	Manövernummer
$m_{Manöver}$	Anzahl der Basismanöver
n_{Objekt}	Anzahl der detektierten Objekten
num_{FZ}	Anzahl der Fahrzeuge
r_{FFZ}	minimaler Wenderadius des virtuellen Führungsfahrzeugs
r_{min}	minimaler Wenderadius
$\theta_{Ellipse}$	Rotationswinkel der Ellipse
TFZ	Teamfahrzeug

x_{coll}	Kollisionsposition
$x_{Ellipse}$	Mittelpunkt der Ellipse
x_{Knick}	Knickpunkt zwischen zwei Streckenabschnitten
x_{center}	Mittelpunkt eines Kreisbogenmanövers
x_{st}	Startpunkt des Missionsplans eines Teamfahrzeugs
x_{Start}	Startposition der Umplanung
x_{st}	Startpunkt des Missionsplans des virtuellen Führungsfahrzeugs
x_{WP}	Wegpunkt eines Routenplans
x_{Ziel}	Zielposition der Umplanung

Abbildungsverzeichnis

1.1. Mögliche Einsatzbereiche [TEC10a]	2
1.2. Zur Demonstration verwendete Fahrzeuge [TEC10a]	3
2.1. Fahrzeugteam	6
2.2. Parameter einer Ellipse	6
2.3. Beschreibung eines Küstengebiets durch elliptische Formen	7
2.4. Basismanöver und Aufbau eines Missionsplans	9
2.5. Fortlauf eines Missionsplans	10
3.1. Approximation der Kollisionserkennung	15
3.2. Prinzip der Kollisionsvermeidung	17
3.3. Formationsausdehnung	18
3.4. Probleme bei der Hindernisvergrößerung	19
3.5. Hindernisvergrößerung	20
3.6. Beispiel einer Hindernisvergrößerung	25
3.7. Ellipsendiskretisierung	27
3.8. Anforderungen an ein Kreisbogenmanöver	29
3.9. Beispiel einer Ellipsendiskretisierung	30
4.1. Geometrischer Sichtbarkeitsgraph	33
4.2. Festlegung eines Kreisbogens zwischen zwei Streckenabschnitten	34
4.3. Festlegung eines Kreisbogens zwischen einem Kreisbogen und einem Streckenabschnitt	36
4.4. Winkelbestimmung an einem Kreisbogen unter Beachtung der Drehrichtung	38
4.5. Übersicht über die Schritte zur Erzeugung des Missionsplans	39
4.6. Geometrische Parameter zur Bildung des Missionsplans des <i>FFZ</i>	40
4.7. Nichtausführbares Manöver	44
4.8. Überprüfung der Kanten	45
4.9. Ungerichteter Sichtbarkeitsgraph mit dem kürzesten Weg von s nach t	46
4.10. Der gerichtete Graph mit dem kürzesten zulässigen Weg von s nach t	47
4.11. Ausführbarer Missionsplan mit Hilfe des modifizierten Graphen	48

4.12. Ein kürzester zulässiger Weg mit Kreis	48
4.13. Einsatzfälle des modifizierten Graphen	49
4.14. Modifikation des Startpunkts	50
4.15. Modifikation des Zielpunkts	52
5.1. Filterung der Kollisionspositionen	58
5.2. Mindestabstand zwischen Kollisionspositionen auf einem Streckenmanöver . .	58
5.3. Mindestabstand zwischen Kollisionspositionen auf einem Kreisbogenmanöver .	59
5.4. Spurwechsel zwischen Streckenmanövern vor einer Kollisionsposition	60
5.5. Ein eingeschlossenes Manöversegment	60
5.6. Bestimmung von p_c beim Spurwechsel Strecke – Strecke	61
5.7. Fallunterscheidung bei einem Spurwechsel zwischen Streckenmanövern	62
5.8. Spurwechsel zwischen Streckenmanövern nach einer Kollisionsposition	63
5.9. Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern vor einer Kollisionsposition (in- nen nach außen)	64
5.10. Bestimmung von p_c beim Spurwechsel Kreisbogen – Kreisbogen	65
5.11. Fallunterscheidung bei einem Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern . .	66
5.12. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und Strecke vor einer Kollisionsposition (in- nen nach außen)	68
5.13. Spurwechsel zwischen Strecke und Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (in- nen nach außen)	70
5.14. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen vor einer Kollisi- onsposition (innen nach außen)	71
5.15. Anforderungen an den Missionsplan für den Spurwechsel zwischen Strecken- manövern	73
5.16. Anforderungen an den Missionsplan für den Spurwechsel zwischen Kreisbo- genmanövern	74
5.17. Anforderung an die Länge eines Kreisbogenmanövers	75
7.1. Flussdiagramm der Hauptfunktionen zur Formationsfahrt	83
7.2. Flussdiagramm der Hauptfunktionen zur Formationsänderung	84
7.3. Planungswerkzeuge	86
7.4. Missionsplan eines Teams aus vier Fahrzeugen	87
7.5. Umplanung unter Einhaltung der Teamformation und Nutzung von Kreisbogen- manövern	88
7.6. Umplanung unter Einhaltung der Teamformation und Nutzung längerer Wege .	89
7.7. Umplanung unter Verwendung der Formationsänderung	90
7.8. Ein geplanter Missionsplan mit Hindernissen	91
7.9. Umplanung des geplanten Missionsplans mit Formationserhaltung	92

7.10. Umplanung des geplanten Missionsplans mit Formationsänderung	93
A.1. Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)	101
A.2. Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)	102
A.3. Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)	102
A.4. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und Strecke vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)	103
A.5. Spurwechsel zwischen Strecke und Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)	103
A.6. Spurwechsel zwischen Strecke und Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)	104
A.7. Spurwechsel zwischen Strecke und Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)	104
A.8. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und Strecke nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)	105
A.9. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und Strecke nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)	105
A.10. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)	106
A.11. Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (innen nach außen)	106
A.12. Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)	107
A.13. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)	107
A.14. Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)	108
A.15. Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)	108
A.16. Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)	109

Tabellenverzeichnis

4.1. Anzahl der Manöver eines Missionsplans	53
5.1. Mögliche Kombinationen aus Start- und Zielmanövern während einer Formationsänderung	57
6.1. Wahl der Gewichtungsfaktoren in verschiedenen Szenarien	80
7.1. Liste ausgewählter Funktionen zur Formationsfahrt	85
7.2. Liste ausgewählter Funktionen zur Formationsänderung	85
7.3. Testszenarien	92

1. Einleitung

1.1. Motivation und Einordnung der Arbeit

1.1.1. Motivation

Die Nutzung des Meeres setzt die Erreichbarkeit von für Menschen schlecht zugänglichen Bereichen voraus. So wurden Fahrzeuge entwickelt, die autonom Unterwasser agieren und solche Aufgaben wie die Inspektion oder das Sammeln von Ressourcen erledigen können. Doch manche Aufgaben wie die Überwachung von Telekommunikationskabeln oder die Kartierung von Meeresboden können von einem Team aus Unterwasserfahrzeugen effizienter ausgeführt werden. Aus diesem Grund ist es wünschenswert Gruppen von autonomen Unterwasserfahrzeugen zur Lösung von solchen Aufgaben einzusetzen. So entstand das EU Projekt „GREX“ [GRE10], im Rahmen dessen an der TU Ilmenau [TEC10b] eine Software entwickelt wurde, die Teams von Unterwasserfahrzeugen koordiniert. Weiterhin kann das GREX Gesamtsystem simulativ getestet werden.

In diesem Zusammenhang besteht der Bedarf darin, in Gegenden mit hoher Konzentration an Hindernissen (Riffe, Wracks, andere Wasserfahrzeuge, Bauten der Offshore-Industrie usw.) Fahrten in einer vorgegebenen Formation durchführen zu können. Schwerpunktmäßig soll dabei ein möglichst großer Teil der geplanten Strecke genutzt werden können, aber auch eine sichere Hindernisvermeidung gewährt werden. Ist es aufgrund der aktuellen Hinderniskonstellation möglich, durch Formationsänderung einen größeren Teil der geplanten Pfade zu nutzen, so soll dies geschehen.

Für die Hindernisvermeidung von Einzelfahrzeugen liegen bereits erfolgreich umgesetzte Konzepte vor. Herr Dr.-Ing. Eichhorn erarbeitete während seiner Dissertation am Fachgebiet Systemanalyse der TU Ilmenau [FAC10] eines dieser Konzepte [EIC07], welches in dieser Arbeit als Grundlage für die Konzipierung der Formationsfahrten verwendet wird.

1.1.2. Forschungsprojekt „GREX“

„GREX“ ist das lateinische Wort für Schwarm oder Herde und symbolisiert den Kern des Forschungsvorhabens, den Entwurf und die Realisierung von Methoden zur Koordinierung und Steuerung von Teams, Gruppen bzw. Schwärmen unterschiedlicher unbemannter technischer Systeme in unbekannter Umgebung [GRE10].

Hauptziel des Forschungs- und Entwicklungsprojekts ist es, ein konzeptionelles Rahmenwerk und ein Middlewaresystem zu schaffen, um einen Schwarm aus diversen heterogenen physikalischen Objekten zu koordinieren, welche miteinander kooperieren, um ein genau definiertes praktisches Ziel auf optimierte Art und Weise zu erreichen. Ein Fahrzeugswarm wird eingesetzt, um Aufgaben zu lösen, die durch einzelne Fahrzeuge nicht oder nur mit großem Aufwand bewältigt werden können. Beispiele hierfür sind die Kartierung von Meereslebensräumen, die Suche nach hydrothermalen Schloten und das Aufspüren und Verfolgen von Fischschwärmen. Zwei mögliche Einsatzbereiche sind in Abbildung 1.1 dargestellt.

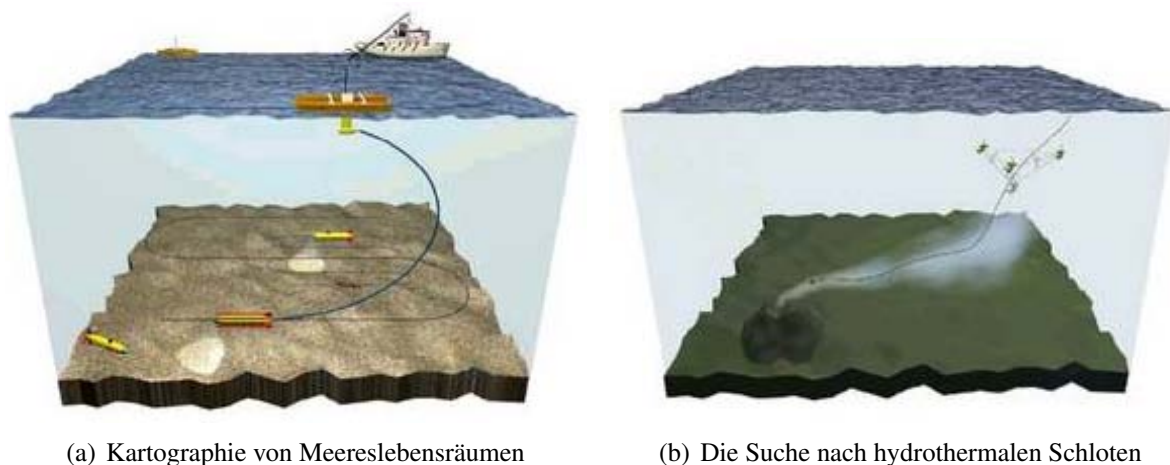


Abbildung 1.1.: Mögliche Einsatzbereiche [TEC10a]

Die technischen Probleme, die beim Einsatz von Fahrzeugverbänden im Meer gelöst werden müssen, sind komplexer als bei Land- oder Lufteinsätzen. Der Grund dafür ist das Fehlen eines verlässlichen GPS-basierten Navigationssystems und der Mangel an verlässlicher Kommunikation. Zusätzlich können externe nicht vorhersehbare Störungen, wie die Seeströmungen, Probleme aufwerfen, die in dieser Form in anderen Bereichen nicht auftreten. Dennoch besteht die realistische Aussicht, die in diesem Projekt gefundenen Lösungen und entwickelten Systeme auch in anderen wissenschaftlichen und kommerziellen Bereichen anwenden zu können.

Die TU Ilmenau war durch das Fachgebiet Systemanalyse der Fakultät für Informatik und Automatisierung [FAC10] vertreten, die für die Konzeption und die Umsetzung der Steuersoftware für das Missionsmanagement verantwortlich war. Dies beinhaltet die Missionsvorpla-

nung durch einen menschlichen Bediener, die automatische Missionsüberwachung während der Durchführung und, wenn nötig, die Missionsumplanung (vgl. [TEC10a] und [UNI10]).



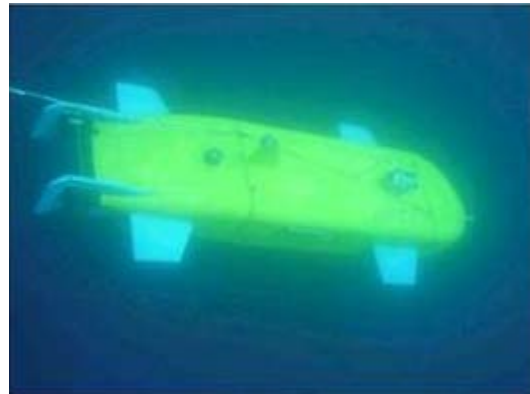
(a) Seawulf (ATLAS)



(b) Delfim (IST): Oberflächenfahrzeug



(c) aster^x (Ifremer)



(d) INFANTE (IST)

Abbildung 1.2.: Zur Demonstration verwendete Fahrzeuge [TEC10a]

1.2. Aufbau und Ziel der Arbeit

Die Verfahren, die in dieser Arbeit vorgestellt werden, wurden unter Berücksichtigung der im Abschnitt 2.6 definierten Anforderungen an einen Missionsplan entwickelt. Die Vorstellung der einzelnen Verfahren und Algorithmen erfolgen separat in den Kapiteln 3 bis 6. Diese stellen zunächst das Problem vor, behandeln die Lösungsverfahren und schließen am Ende mit einer kurzen Zusammenfassung ab, so dass ein einfacher Zugang zu dieser Arbeit gewährleistet werden kann.

Kapitel 2 stellt die Anforderungen und die Grundlagen dieser Arbeit wie den Aufbau eines Missionsplans für ein Team aus Unterwasserfahrzeugen und die Darstellung der Hindernisse vor.

Ausgehend von den Grundlagen wird im Kapitel 3 die Repräsentation der Hindernisse vor-

gestellt, wobei ein Verfahren zur Kollisionserkennung und -vermeidung dargestellt wird. Anschließend wird ein Verfahren zur Vergrößerung der elliptischen Hindernisse und zur Diskretisierung dieser erarbeitet.

Die Verfahren zur Wegeplanung unter Einhaltung der Teamformation und ihre graphenbasierten Algorithmen werden im Kapitel 4 behandelt. Der Schwerpunkt dieses Kapitels liegt in der Modifizierung des Sichtbarkeitsgraphen zur Erfüllung der vorgegebenen Anforderungen.

Im Kapitel 5 werden die Verfahren zur Änderung der zu Beginn definierten Formation dargestellt.

Ausgehend von den entwickelten Verfahren zur Umplanung werden im Kapitel 6 Bewertungskriterien einer Umplanungsstrategie anhand verschiedener Szenarien vorgestellt.

Kapitel 7 beschreibt die implementierten Algorithmen unter MATLAB® und soll den Zugang zu den in dieser Arbeit entstandenen Funktionen erleichtern. Weiterhin erfolgt in diesem Kapitel eine Demonstration der Umplanungskonzepte und deren Bewertung.

Abschließend erfolgt im Kapitel 8 eine kurze Zusammenfassung und ein Ausblick für mögliche Erweiterungen.

2. Grundlagen und Anforderungen

2.1. Missionsplan und Hindernis

Ein Missionsplan besteht aus einer Folge von komplexen Manövern, die spezielle Aufgaben (Abtauchen, Mäander, GPS-Update) innerhalb der Mission beschreiben. Diese Manöver werden in einfache geometrische Gebilde, die Basismanöver zerlegt. Aus dem aktuellen Basismanöver werden Vorgaben zur Führung des Fahrzeugs in Form von Sollkurs, -tiefe, -bahn, -lage und -geschwindigkeit definiert.

Hindernisobjekte werden in dieser Arbeit als Ellipsen modelliert, was im Abschnitt 2.3.1 begründet wird. Tangieren diese Objekte die Sollbahn eines Fahrzeugs, entsteht eine Kollisionssituation. Damit diese vermieden wird, werden die Basismanöver der Fahrtroute gegen die gesamten detektierten Objekte auf Überschneidungen überprüft. Mit den gewonnenen Daten findet eine Wegeplanung auf Basis geometrischer Graphen statt und ein kürzester Weg wird ermittelt. Die Hindernisvermeidung wird in dieser Arbeit im zweidimensionalen Raum betrachtet. Eine Erweiterung auf den dreidimensionalen Raum ist in den Missionsplan- und Hindernisdaten vorgesehen.

2.2. Fahrzeugteam

Ein Fahrzeugteam besteht aus mehreren Fahrzeugen und einem virtuellen Führungsfahrzeug (kurz: *FFZ*), die gemeinsam eine vorgegebene Mission zu erfüllen haben. Eine Beispielmision, die Suche nach hydrothermalen Schloten, findet sich in Abschnitt 1.1.2. Das *FFZ* koordiniert die anderen Fahrzeuge, um ein sicheres und formationstreu Abfahren der Missionspläne zu garantieren und beachtet dabei die Formationsbreite bzw. -länge. Es fährt in der Mitte der Formation hinten (siehe Abbildung 2.1). Das Fahrzeugteam kann als ein einzelnes großes Fahrzeug angesehen werden, wobei jenes durch das *FFZ* repräsentiert wird. Wird eine Kollisionssituation zwischen einer der Fahrzeugtrajektorien und einem Hindernis erkannt, übernimmt das *FFZ* die Kollisionsvermeidung für das gesamte Team. Dieses Konzept im Zusammenhang mit der Kollisionsvermeidung wird in den Kapiteln 3 und 4 ausführlich behandelt.

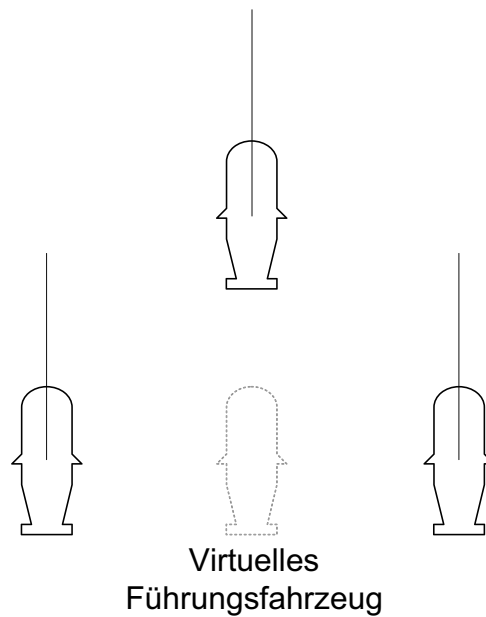


Abbildung 2.1.: Fahrzeugteam

2.3. Beschreibung der Datenstrukturen

2.3.1. Objektmodellierung

Alle Objekte werden als Ellipsen nachgebildet. Diese geometrische Form charakterisiert durch die geometrischen Parameter Hauptachse $a_{Ellipse}$, Nebenachse $b_{Ellipse}$, Rotationswinkel $\theta_{Ellipse}$ und Zentrumsposition $x_{Ellipse}$ eine Vielzahl von praktischen Hindernissen. Abbildung 2.2 beschreibt die Parameter der Ellipse.

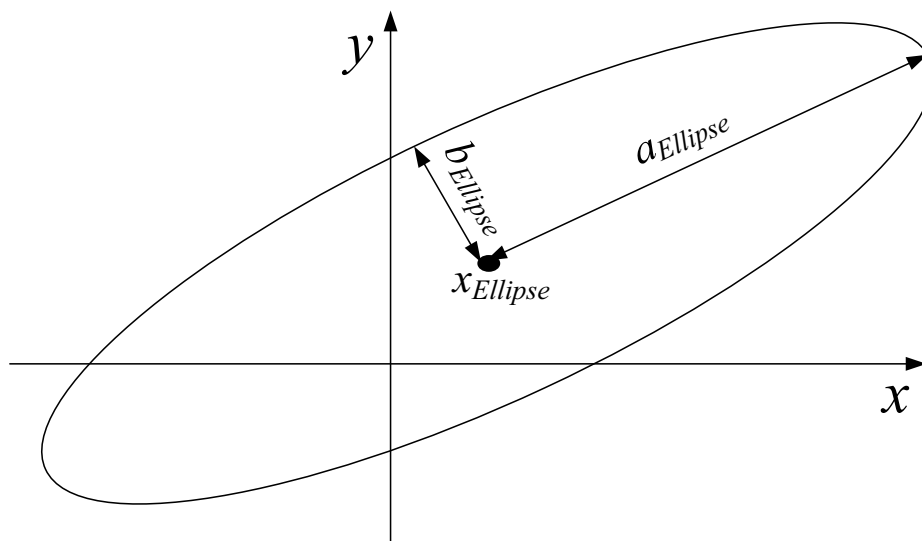


Abbildung 2.2.: Parameter einer Ellipse

Die Hindernisse werden durch eine Ellipsenmatrix (*obstacle*) übergeben

$$obstacle = \begin{bmatrix} x_{c_1} & y_{c_1} & a_1 & b_1 & \theta_1 \\ x_{c_2} & y_{c_2} & a_2 & b_2 & \theta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{c_n} & y_{c_n} & a_n & b_n & \theta_n \end{bmatrix}.$$

Für n Hindernisse:

x_{c_j} x -Koordinate des Mittelpunkts von Hindernis j

y_{c_j} y -Koordinate des Mittelpunkts von Hindernis j

a_j Länge der Hauptachse von Hindernis j

b_j Länge der Nebenachse von Hindernis j

θ_j Rotationswinkel von Hindernis j

Die elliptische Form gestattet die Beschreibung von komplexen Objektstrukturen. Abbildung 2.3 zeigt die Verwendung der elliptischen Zylinder für die Nachbildung des Küstenverlaufs bei Camaret sur Mer in der Bretagne [OFF04]. Für den gesamten Küstenverlauf und zur Beschreibung der Hafenanlagen wurden lediglich 12 Objekte definiert. Geradlinige Küstenverläufe oder Kaimauern lassen sich einfach durch das Ziehen der Hauptachse $a_{Ellipse}$ auf die Länge des Objektes und das Stauchen der Nebenachse $b_{Ellipse}$ beschreiben.

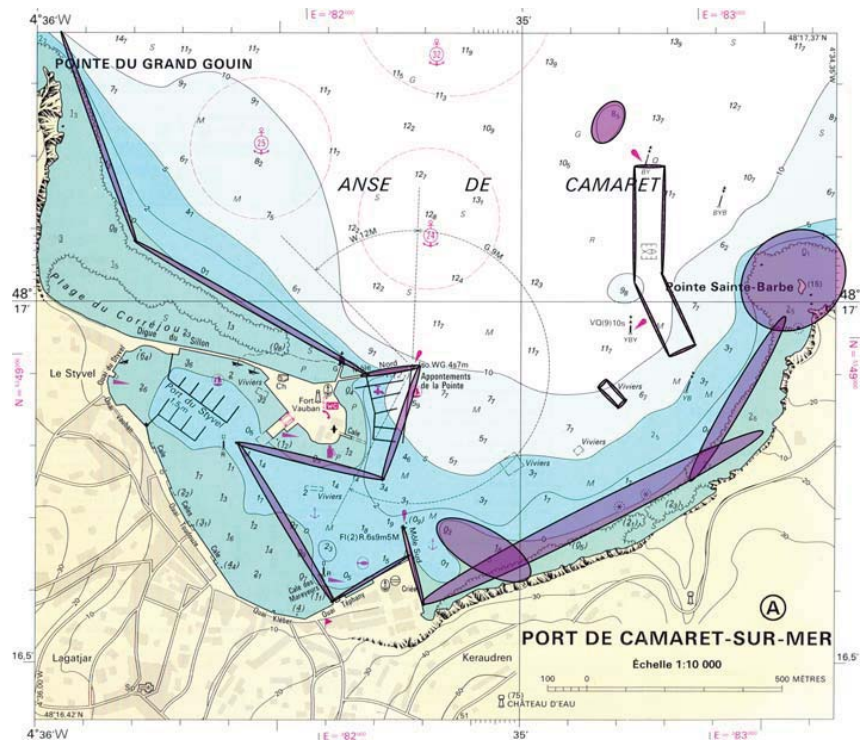


Abbildung 2.3.: Beschreibung eines Küstengebiets durch elliptische Formen

In dieser Arbeit werden die Begriffe Hindernis und Ellipse oft synonym verwendet.

2.3.2. Missionsplan

Ein Missionsplan setzt sich aus einer Folge von Manövern zusammen, welche wiederum aus Basismanövern bestehen. Die Basismanöver stellen einfache geometrische Linienverläufe dar, welche durch eine Start- und Endposition sowie geometrische Daten zur Beschreibung ihrer Form charakterisiert sind.

Der Missionsplan wird durch eine Manövermatrix übergeben (eine Matrix pro Fahrzeug). Jede Zeile dieser Matrix speichert ein Manöver, welches aus 17 charakteristischen, vom Manövertyp abhängigen Parametern besteht. Ein Streckenmanöver besitzt den Typ $type_i = 0$. Die folgende Streckenmanövermatrix zeigt die Parameter eines Streckenmanövers, dabei steht *NaN* für „Not a Number“ und dient als Positionshalter für andere Parameter eines Kreisbogenmanövers

$track =$

$$\left[type_i \ ID_i \ x_{start_i} \ y_{start_i} \ z_{start_i} \ x_{end_i} \ y_{end_i} \ z_{end_i} \ d_{start_i} \ NaN \ NaN \ d_{end_i} \ v_{ref_i} \ v_i \ NaN \ max_{H_i} \ max_{V_i} \right]$$

für das i -te Streckenmanöver:

$type_i$	Manövertyp von Manöver i , 0: Streckenmanöver
ID_i	Manövernummer (1,2,3,...) von Manöver i
x_{start_i}	x -Koordinate des Startpunkts von Manöver i
y_{start_i}	y -Koordinate des Startpunkts von Manöver i
z_{start_i}	z -Koordinate des Startpunkts von Manöver i
x_{end_i}	x -Koordinate des Endpunkts von Manöver i
y_{end_i}	y -Koordinate des Endpunkts von Manöver i
z_{end_i}	z -Koordinate des Endpunkts von Manöver i
d_{start_i}	Tiefenreferenz des Startpunkts von Manöver i
d_{end_i}	Tiefenreferenz des Endpunkts von Manöver i
v_{ref_i}	Geschwindigkeitsreferenz von Manöver i
v_i	Geschwindigkeit des Fahrzeugs beim Abfahren des Manövers i
max_{H_i}	Maximale horizontale Abweichung von Manöver i
max_{V_i}	Maximale vertikale Abweichung von Manöver i

Ein Kreisbogenmanöver besitzt den Typ $type_i = 1$. Die folgende Kreisbogenmanövermatrix zeigt die Parameter eines Kreisbogenmanövers

$arc =$

$$\left[type_i \ ID_i \ x_{start_i} \ y_{start_i} \ z_{start_i} \ x_{end_i} \ y_{end_i} \ z_{end_i} \ x_{center_i} \ y_{center_i} \ z_{center_i} \ d_{ref_i} \ v_{ref_i} \ v_i \ arcDir_i \ max_{H_i} \ max_{V_i} \right]$$

für das i -te Kreisbogenmanöver:

$type_i$	Manövertyp von Manöver i , 1: Kreisbogen
ID_i	Manövernnummer (1,2,3,...) von Manöver i
x_{start_i}	x -Koordinate des Startpunkts von Manöver i
y_{start_i}	y -Koordinate des Startpunkts von Manöver i
z_{start_i}	z -Koordinate des Startpunkts von Manöver i
x_{end_i}	x -Koordinate des Endpunkts von Manöver i
y_{end_i}	y -Koordinate des Endpunkts von Manöver i
z_{end_i}	z -Koordinate des Endpunkts von Manöver i
x_{center_i}	x -Koordinate des Mittelpunkts von Kreisbogenmanöver i
y_{center_i}	y -Koordinate des Mittelpunkts von Kreisbogenmanöver i
z_{center_i}	z -Koordinate des Mittelpunkts von Kreisbogenmanöver i
d_{ref_i}	Tiefenreferenz von Kreisbogenmanöver i
v_{ref_i}	Geschwindigkeitsreferenz von Manöver i
v_i	Geschwindigkeit von Manöver i
$arcDir_i$	Drehrichtung des Kreisbogens von Manöver i , 0: mit Uhrzeigersinn, 1: gegen Uhrzeigersinn
max_{H_i}	Maximale horizontale Abweichung von Manöver i
max_{V_i}	Maximale vertikale Abweichung von Manöver i

Abbildung 2.4(a) zeigt die zwei verwendeten Basismanöver Strecke und Kreisbogen. Die Basismanöver bilden die Grundbausteine eines Missionsplans. Abbildung 2.4(b) zeigt den Aufbau eines Missionsplans für ein Fahrzeugteam auf Basis der vorgestellten Basismanöver.

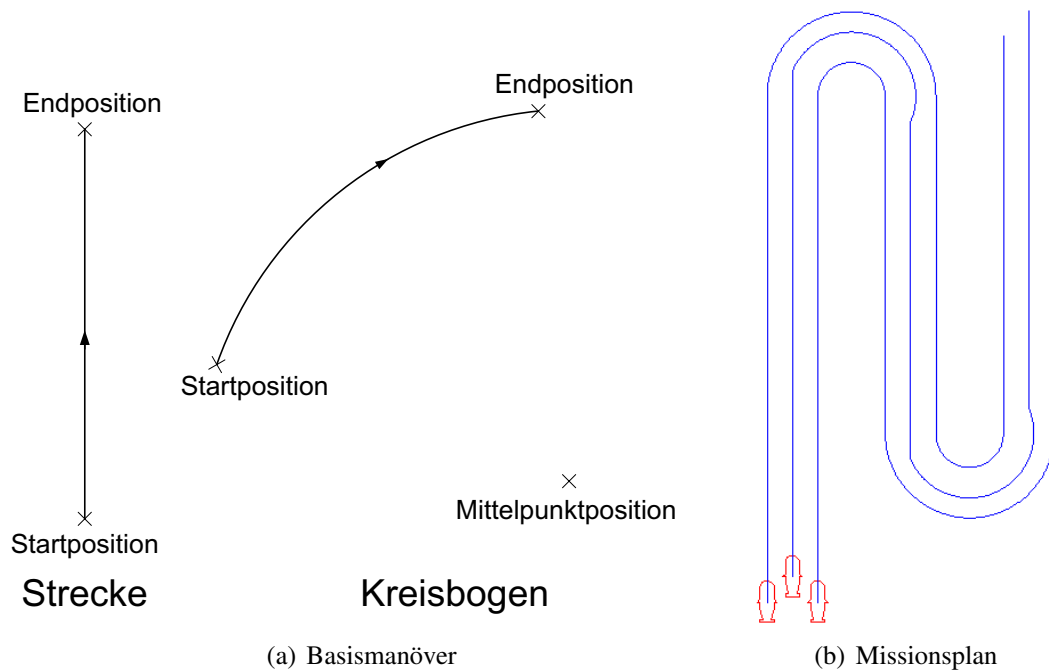


Abbildung 2.4.: Basismanöver und Aufbau eines Missionsplans

2.4. Definition der Formationstreue

Die Formation wird durch die Abstände der Fahrzeuge zueinander bei einer vorgegebenen Sollrichtung definiert. In Abbildung 2.5 ist ein Beispiel für eine Dreiecksformation dargestellt. Eine formationstreue Fahrt bedeutet, dass jedes Fahrzeug seine Position in der anfangs definierten Formation über den gesamten Missionsplan einhält. Auf einem Streckenmanöver bedeutet dies, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt alle Fahrzeuge die gleiche Streckenlänge zurückgelegt haben. Auf einem Kreisbogenmanöver wird die Formation dadurch beschrieben, dass alle Fahrzeuge den gleichen Winkelwert γ zwischen der aktuellen Position und dem Startpunkt des Kreisbogens besitzen. Damit die Formation auf einem Kreisbogenmanöver erhalten bleibt, drehen alle Fahrzeuge um den gleichen Mittelpunkt, der auf der senkrechten Geraden zur Strecke des *FFZ* am Streckenendpunkt liegt. Das hat den Nachteil, dass nur die Fahrzeuge, die auf dieser Geraden liegen, einen stetigen Bahnwechsel zwischen einem Streckenmanöver und dem nachfolgenden Kreisbogenmanöver haben. Alle anderen Fahrzeuge besitzen einen nichtstetigen Weg an diesen Punkten. Abbildung 2.5 verdeutlicht die Definition der Formationstreue und zeigt den Fortlauf eines Missionsplans auf einem Strecken- und Kreisbogenmanöver.

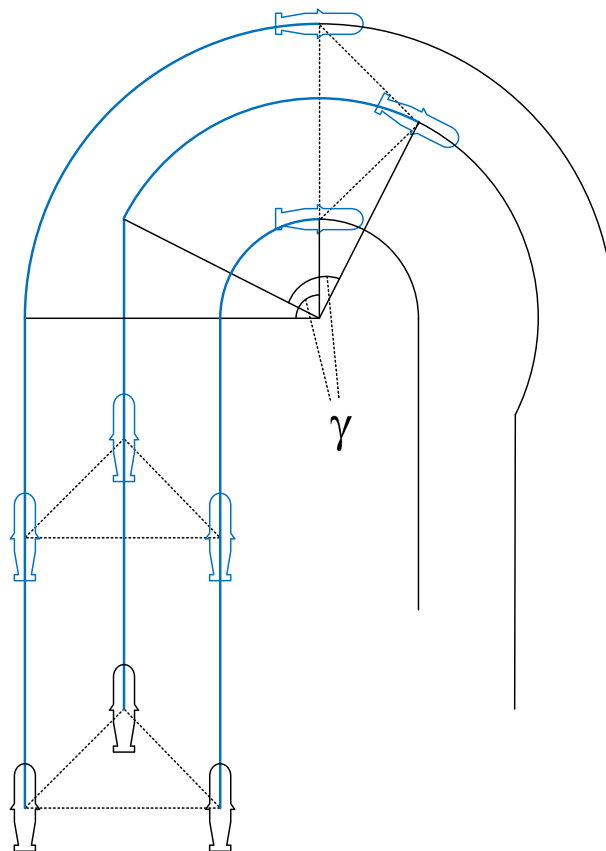


Abbildung 2.5.: Fortlauf eines Missionsplans

2.5. Einführung in die Graphentheorie

Graphen werden zur Wegsuche bei der Kollisionsvermeidung eingesetzt und in verschiedenen Kapiteln dieser Arbeit erwähnt. Um die Darlegung des Graphen zu verdeutlichen, wird zunächst der Begriff Graph und seine Handhabung nähergebracht, wie es in der Graphentheorie üblich ist. Die folgenden Ausführungen in diesem Abschnitt basieren auf [ERL01].

Definition Ein Graph $G = (V, E)$ besteht aus einer Menge V von Knoten und einer Menge E von Kanten. Bezeichne die Knoten- bzw. Kantenmenge eines Graphen G zur Klarheit mit $V(G)$ bzw. $E(G)$, wenn mit mehreren Graphen gleichzeitig argumentiert werden muss.

Es wird zwischen ungerichtete und gerichtete Graphen unterschieden.

Bei ungerichteten Graphen verbindet jede Kante zwei Knoten, ohne dass eine Richtung der Kante vorgegeben ist. Eine Kante wird daher als zweielementige Teilmenge der Knotenmenge repräsentiert, d.h. $e = \{u, v\}$ mit $u, v \in V$. Eine Kante, die zwei Knoten verbindet, ist zu jedem dieser Knoten inzident. Der Grad eines Knotens ist die Anzahl der Kanten, die inzident zu dem Knoten sind.

Bei gerichteten Graphen hat jede Kante einen Startknoten und einen Endknoten. Sie ist vom Startknoten zum Endknoten gerichtet. Kanten werden hier als geordnete Paare von Knoten repräsentiert, d.h. $e = (u, v)$ mit $u, v \in V$. In gerichteten sowie ungerichteten Graphen wird konventionell $e = (u, v) \in E$ für eine Kante in G geschrieben. Falls nichts anderes gesagt wird, werden stets ungerichtete Graphen betrachtet. Die Anzahl der Kanten, die von einem Knoten wegführen, ist der Ausgangsgrad des Knotens. Die Anzahl der Kanten, die zu dem Knoten hinführen, ist der Eingangsgrad.

Die Anzahl der Knoten eines Graphen wird mit $n = |V|$ und die Anzahl der Kanten mit $m = |E|$ bezeichnet. Die Datenstruktur, die üblicherweise zur Speicherung eines Graphen verwendet wird, besteht aus einer Liste aller Knoten, einer Liste aller Kanten und zu jedem Knoten einer Liste der zu dem Knoten benachbarten (inzidenten) Kanten. Bei gerichteten Graphen werden bei den Knoten getrennte Listen für eingehende und ausgehende Kanten gespeichert. Weiterhin sind die Knoten und Kanten durchnummeriert und es kann über ihre Nummer auf sie direkt zugegriffen werden. Der Speicherplatzbedarf für diese Datenstruktur ist linear, d.h. proportional zu $n + m$. Eine andere Darstellung verwendet eine Adjazenzmatrix, d.h. eine $n \times n$ -Matrix, in der der Eintrag a_{ij} gleich dem Gewicht dieser Verbindung ist, wenn Knoten i und j ($i \neq j$) über eine Kante verbunden sind, 0 wenn $i = j$, und sonst ∞ . Eine Adjazenzmatrix braucht zwar für das Einfügen und Entfernen von Knoten konstante Zeit $\mathcal{O}(1)$, benötigt aber Speicherplatz proportional zu n^2 . Den Kanten werden Werte zugeordnet, die als Gewichte bezeichnet werden. Jeder Kante wird durch eine Funktion $c : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ eine Kapazität (Gewicht) zugeordnet, die die Kosten beim Fahren der entsprechenden Strecke sein kann. Somit ist mit der Länge eines Wegs die Summe der Gewichte aller Kanten auf dem Weg gemeint.

Definition Ein (einfacher) Kreis (oder Zyklus) in einem gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Folge $(x_0, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_{l-1}, x_l)$ von aufeinanderfolgenden Kanten, wobei $x_0 = x_l$ und $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$, $0 \leq i, j < l$, gilt.

2.6. Anforderungen an die Hindernisvermeidung

Ein Missionsplan beschreibt den Trajektorienverlauf eines Fahrzeugteams, der umgeplant werden soll, wenn eine Kollisionssituation zu vermeiden ist. Im Rahmen dieser Arbeit entsteht eine Software, die den Missionsplan eines Teams aus Unterwasserfahrzeugen umplant, wenn dies bei einer gegebenen Hinderniskonstellation nötig ist. Durch die Verwendung der Umplanungssoftware ergeben sich mehrere praxisrelevante Anforderungen an die eingesetzten Verfahren und Algorithmen, welche unter den technischen Projektvorgaben einzuhalten sind. In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Anforderungen im Überblick beschrieben. Bei der Behandlung der einzelnen Problematiken wird Bezug auf diese Anforderungen genommen. Die Anforderungen sind im Wesentlichen:

1. Die sichere Kollisionsvermeidung mit den Objekten ist sehr wichtig, deswegen wurde ein Sicherheitsabstand d_{sec} zu den Objekten definiert. Die Fahrzeuge dürfen diesen Abstand zu den Objekten nicht unterschreiten.
2. Soll ein Unterwasserfahrzeug (Autonomous Underwater Vehicle (AUV)) seine Bahnrichtung ändern, ergibt sich aus der Manövrierfähigkeit des AUV einen minimalen Wenderadius r_{min} . Erfolgt die Richtungsänderung mit einem Wenderadius r , muss stets $r \geq r_{min}$ gelten.
3. Wenn ein AUV eine bestimmte Bahn fahren soll, werden Teilabschnitte der Bahn in Form von Wegpunkten x_{WP} an das Fahrzeug gesendet. Unterschreitet der Abstand zwischen den Wegpunkten einen bestimmten Wert, ist ein fehlerfreies Abfahren der Teilstrecke nicht möglich. Dies ist im Wesentlichen abhängig von der fahrzeugspezifischen Kontrollimplementierung, was eine minimale Manöverlänge l_{min} vorgibt.
4. Sollte die Umplanungssoftware online zum Einsatz kommen, sollten alle eingesetzten Verfahren eine geringe Rechenzeit besitzen, deswegen sind analytische Lösungen den numerischen Lösungen vorzuziehen, da sie im Allgemeinen eine geringere Rechenzeit beanspruchen. Diese Anforderung resultiert daraus, dass ein AUV in Echtzeit agieren muss.

Aus den Anforderungen 1 bis 3 ergeben sich drei Parameter d_{sec} , r_{min} und l_{min} . Diese wurden als einstellbare Parameter in der Umplanungssoftware vorgesehen.

2.7. Zusammenfassung

Dieses Kapitel definierte die grundlegenden Begriffe Missionsplan und Hindernis und stellte das Fahrzeugteam sowie sein virtuelles Führungsfahrzeug (*FFZ*) vor. Ein Missionsplan wird in einer Matrix gespeichert, welche in jeder Zeile die Parameter eines einzigen Manövers speichert, wobei jedes Manöver aus einer Sammlung von charakteristischen Parametern besteht, die von seinem Typ (Strecken- oder Kreisbogenmanöver) abhängig sind. Kreisbogenmanöver sind im Allgemeinen zur Richtungsänderung gedacht und ihre Realisierung hängt von den Manövrierfähigkeiten der Unterwasserfahrzeuge ab, die im Allgemeinen beschränkt sind. Die Ausführbarkeit der verschiedenen Manöver ist fahrzeugspezifisch und hängt im Wesentlichen von der Länge und dem Wenderadius des jeweiligen Manövers ab, deswegen wurden diese als einstellbare Parameter der Umplanung definiert. Um die Handhabung der Hindernisse zu vereinfachen, wurden sie als Ellipse modelliert und in einer Hindernismatrix gespeichert, welche in jeder Zeile die Parameter einer Ellipse speichert.

3. Hindernisrepräsentation

3.1. Einführung in die Hindernisrepräsentation

Die Hindernisobjekte werden als Ellipsen modelliert, wie im Abschnitt 2.3.1 beschrieben ist. Bei der Umplanung des Missionsplans aufgrund einer Kollisionssituation, wird ein virtuelles Führungsfahrzeug (*FFZ*) gebildet, das die anderen Fahrzeuge koordiniert, um ein sicheres und formationstreues Abfahren der Missionspläne zu garantieren und die Formationsausdehnung zu beachten. Damit das komplette Team sicher um die Hindernisse fahren kann, werden die Hindernisse vergrößert (siehe Abschnitt 2.2). Die Vergrößerung der Hindernisse um einen vorgegebenen Sicherheitsabstand vor der Überprüfung der Fahrtrajektorien auf eine Kollision mit den Objekten spielt eine große Rolle bei der Kollisionserkennung, da dort eine Approximation des Konzepts zur Kollisionserkennung vorgenommen wird, wobei ein Fahrzeug als punktförmiger Körper modelliert wird und dafür die Hindernisse vergrößert werden sollen.

Die Wegeplanung findet graphenbasiert statt, dabei wird die Umwelt in einem Sichtbarkeitsgraphen dargestellt. Zur Erstellung eines solchen Graphen werden Punkte (Knoten) im Operationsgebiet definiert, die vom Fahrzeug befahrbar sind. Im Allgemeinen bilden bei einem Sichtbarkeitsgraphen die Ecken der einzelnen Hindernisse die Knoten des Graphen. Gibt es eine Sichtverbindung zwischen zwei Knoten, werden sie durch eine Kante verbunden. So entsteht ein Netz aus befahrbaren Wegabschnitten im Operationsgebiet. Da die verwendete Objektform der Ellipse keine Eckpunkte enthält, müssen in einer ersten Phase diese Objekte in eine Polygonform überführt werden, um so die Knoten des Graphen bestimmen zu können.

3.2. Kollisionserkennung

Die Aufgabe der Kollisionserkennung besteht in der Bestimmung der nächsten Kollisionssituation der Fahrzeuge mit einem Objekt auf der Basis der Fahrtrouten und der detektierten Objekte. Der in diesem Zusammenhang interessante Parameter ist die Kollisionsposition. Dazu wird die Liste der Basismanöver auf eine mögliche Kollision mit allen detektierten Objekten überprüft. In [EIC07] und [ALR09] wurde die Kollisionserkennung auf der Basis von analytischen Schnittberechnungen der geometrischen Manöver mit den Objekten ausführlich behandelt, die in dieser

Arbeit entnommen wurde und hier kurz beschrieben wird.

Bei der Ermittlung einer Kollisionssituation zwischen einem Fahrzeug und den Objekten handelt es sich um ein Problem der dynamischen Kollisionserkennung. Dabei ist das Fahrzeug das bewegte Objekt, welches auf eine Kollision mit den stationären Objekten überprüft wird. Bei einer exakten Kollisionsermittlung müsste das Fahrzeug, mit seiner komplexen geometrischen Form und seinem durch das Manöver beschriebenen Bewegungsverlauf, auf Durchdringung mit den Ellipsen überprüft werden. Dies ist sehr rechenaufwendig und durch die nicht exakte Vorhersage der real gefahrenen Trajektorie nicht möglich. Aus diesem Grund findet eine Approximation des Modells zur Kollisionserkennung statt. Dabei wird das Fahrzeug als punktförmiger Körper modelliert (siehe Abbildung 3.1).

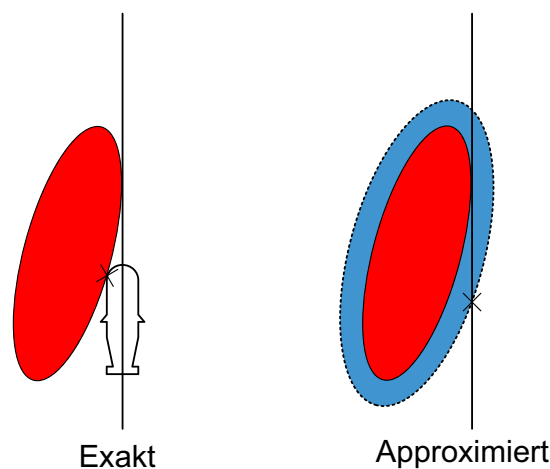


Abbildung 3.1.: Approximation der Kollisionserkennung

Die Objekte werden durch die Vergrößerung der Haupt- und Nebenachse der Ellipse modifiziert. Der Wert der Vergrößerung berücksichtigt einen Sicherheitsabstand, der die Abmaße eines Fahrzeugs, seine mögliche Ablage zur Sollbahn, das Tangieren der berechneten optimalen (kürzesten) Ausweichbahn mit den Objekten sowie eine Varianz der Objektpositionen und -geometrien beachtet. Die Hindernisvergrößerung wird im Kapitel 3 ausführlich behandelt. Durch diese Approximation können die Algorithmen zur Kollisionserkennung auf Schnittberechnungen zwischen den Kurvenverläufen der Sollbahn und einer Ellipse zurückgeführt werden, die auf Polynome vierter Ordnung zurückgeführt werden, wodurch robuste und effiziente Verfahren zur Nullstellenbestimmung einsetzbar sind. Der Fahrzeugtrajektorienverlauf der num_{FZ} Fahrzeuge wird auf eine Kollision mit den Objekten überprüft. Dazu werden die $m_{Manöver}$ Basismanöver jedes Fahrzeugs mit den n_{Objekt} Objekten auf Kollision überprüft. Jedes Manöver eines Fahrzeugs wird nach der Reihenfolge seiner Abarbeitung im Missionsplan mit der gesamten Liste der Objekte überprüft. Die Fahrzeuge werden entsprechend der Reihenfolge im Missionsplan mit der gesamten Liste der Objekte überprüft. Gibt es eine Kollision zwischen einem Manöver und einem Objekt, wird die Kollisionsposition x_{coll} ermittelt, die

vier Parameter speichert. Diese Parameter setzen sich aus der x -Koordinate, der y -Koordinate, der Fahrzeugnummer und der Manövernummer zusammen: $x_{coll} = (FZID, ManID, x, y)$. Die Anzahl der durchzuführenden Kollisionstests num_{Test} beträgt

$$num_{Test} = \sum_{f=1}^{num_{FZ}} m_{Manöverf} \cdot n_{Objekt}. \quad (3.1)$$

3.3. Kollisionsvermeidung

Eine sichere Kollisionsvermeidung ist eine grundlegende Anforderung an ein autonomes mobiles System (z.B. ein AUV). Sie ist notwendig, wenn ein autonomes System in seinem Umfeld sicher agieren soll.

Die Aufgabe der Kollisionsvermeidung besteht in der Führung eines mobilen Systems von einem Startpunkt, welcher häufig die gegenwärtige Position des Systems darstellt, zu einem vorgegebenen Zielpunkt, ohne dabei mit Hindernissen im Operationsgebiet zu kollidieren.

Es existieren mehrere Lösungskonzepte für die Kollisionsvermeidung, wie die reaktive Steuerung und die Wegeplanung. Beim planenden Ansatz muss das Operationsgebiet ausreichend erkundet sein, um eine erfolgreiche Planung durchführen zu können. Dazu wird das gesammelte Hinderniswissen über das Operationsgebiet in einer mathematisch beschreibbaren Form abgebildet, dagegen ist beim reaktiven Ansatz nur das Hinderniswissen im unmittelbaren Umfeld des Fahrzeugs nötig, um daraus direkt Führungskommandos zu generieren. Eine Kombination aus den beiden Ansätzen ist sinnvoll. In dieser Arbeit wird auf die Wegeplanung beschränkt, da die Umplanungssoftware in erster Linie offline zum Einsatz kommt und die Bearbeitung beider Ansätze zu umfangreich ist.

Tangieren während einer Mission Objekte den abzufahrenden Missionsplan, besteht die aktuelle Missionsaufgabe im Ausweichen dieser Objekte. Die Fahrzeuge sollen an den Objekten vorbeifahren und zum Missionsplan zurückkehren. Abhängig von der verwendeten Ausweichstrategie und der Formationstreue existieren im Allgemeinen mehrere mögliche Wege, die Hindernisse zu vermeiden. Die hier verwendete Strategie besteht im Finden eines kollisionsfreien kürzesten Wegs zwischen der Beginn- und Endkollisionsposition des Missionsplans. Die Position des Beginn- bzw. Endkollisionspunkts wird an das entsprechende Manöver des FFZ transformiert, das das Ausweichen der Hindernisse übernimmt. Die Kollisionsvermeidung berücksichtigt einen Sicherheitsabstand vor dem Beginnkollisionspunkt und nach dem Endkollisionspunkt, so dass die Hindernisse vom Fahrzeugteam sicher umfahren werden und Platz für das Wiedereinschwenken besteht. Es wird jeweils ein Kreis um den Beginn- und Endkollisionspunkt mit dem Sicherheitsabstand als Radius definiert. Kollidiert dieser Kreis mit einem Hindernis, wird der entsprechende Punkt solange verschoben, bis diese Punkte im Umkreis vom definierten Sicher-

heitsabstand kein Hindernis mehr aufweisen.

Die Kollisionsvermeidung des gesamten Fahrzeugteams wird von dem *FFZ* durchgeführt, das die anderen Fahrzeuge koordiniert, um ein sicheres und formationstreu es Abfahren der Missionspläne zu garantieren (siehe Abschnitt 2.2). Das *FFZ* wird mittig am Ende der Formation positioniert. Das umgesetzte Prinzip der Vergrößerung der Hindernisse um die Hälfte der Formationsbreite (fb) bzw. -länge (fl) (siehe Abbildung 3.3) ermöglicht dem *FFZ* den Hindernissecken so zu passieren, dass das innere bzw. äußere Fahrzeug an dem realen Hindernis mit dem definierten Sicherheitsabstand vorbeifährt. Abbildung 3.2 verdeutlicht das Prinzip der Kollisionsvermeidung durch die Bildung des *FFZ* und die Vergrößerung der Hindernisse.

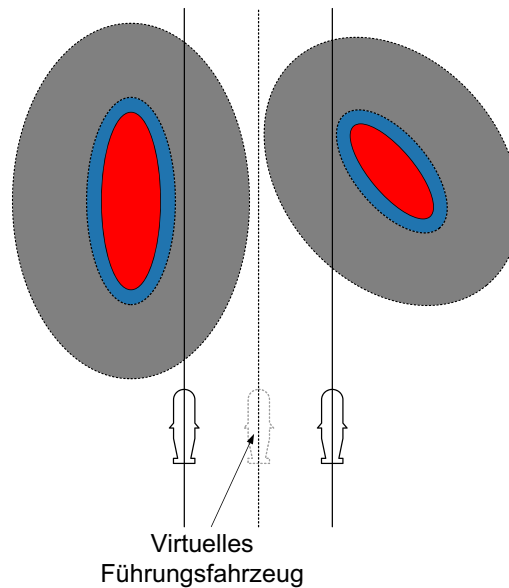


Abbildung 3.2.: Prinzip der Kollisionsvermeidung

Die Formationslänge wird betrachtet, da das *FFZ* am Ende der Formation positioniert wird. Wenn es beispielsweise auf das vergrößerte Hindernis zusteuert, dann fährt das vorderste Fahrzeug auf das reale Hindernis zu, und wird es mit dem vorgegebenen Sicherheitsabstand umfahren. Der Grund weswegen das *FFZ* am Ende der Formation positioniert wird, liegt in der Definition der Formationstreu e begründet. Somit wird den hinteren Fahrzeugen ein stetiger Verlauf an den Wechsellunkten zwischen Strecken- und Kreisbogenmanöver ermöglicht (siehe Abschnitt 2.4). Der Wert der Vergrößerung berechnet sich zu

$$c = \max \left(\frac{fb}{2}, fl \right). \quad (3.2)$$

Bei dieser Annäherung soll der Wenderadius des *FFZ* mindestens

$$r_{FFZ} = r_{min} + c \quad (3.3)$$

betragen, wobei r_{min} der minimale Wenderadius aller Fahrzeuge ist. In [GSJO09] wurde gezeigt, dass in manchen Kreisbogenmanövern die Formationsbreite größer als die Formationsbreite der zu Beginn definierten Formation sein kann, weil bei unstetigem Streckenverlauf es vorkommen kann, dass der Abstand zwischen der äußersten und der inneren Fahrzeugbahn für einen kurzen Streckenabschnitt breiter als der Abstand zwischen den äußersten Fahrzeugen der Formation wird. Abbildung 3.3 verdeutlicht das angesprochene Problem.

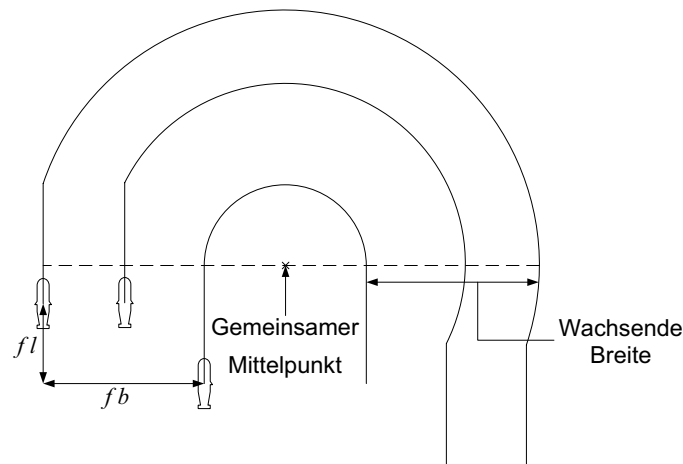


Abbildung 3.3.: Formationsausdehnung

Eine mögliche Lösung bietet die Verwendung eines größeren Breitenwerts und somit der euklidische Distanz zwischen den Positionen der äußersten Fahrzeuge in der zu Beginn definierten Formation.

3.4. Vergrößerung der Hindernisse

Damit ein komplettes Fahrzeugteam sicher um bestehende Hindernisse fahren kann, unter Berücksichtigung des mittig platzierten *FFZ*, werden die Hindernisse um die Hälfte der Formationsbreite bzw. um die volle Formationslänge vergrößert. Vor der Überprüfung der Fahrtrajektorien auf eine Kollision mit den Objekten werden diese um einen definierten Sicherheitsabstand vergrößert. Dies erfolgt durch die Vergrößerung der Haupt- und Nebenachse der elliptischen Hindernisse um einen vorgegebenen Abstand.

In [EIC07] wurden die elliptischen Hindernisse durch die Vergrößerung der Haupt- und Nebenachse der Ellipse um den vorgegebenen Sicherheitsabstand vergrößert. Auf diese Weise haben die Originalellipse und vergrößerte Ellipse nur an den Scheitelpunkten diesen Abstand, an allen anderen Punkten ist der Abstand geringer. In Abbildung 3.4 stellt die Ellipse E_1 das Hindernis dar. Wenn die Ellipse E_1 durch Ziehen der Haupt- und Nebenachse um c vergrößert wird, resultiert die Ellipse E' mit den Halbachsen $a + c$ und $b + c$. Die Ellipse E' erfüllt nicht an

allen Punkten die Abstandsbedingung c zu E_1 . Würde das FFZ um das vergrößerte Hindernis E' fahren, würde das innerste Fahrzeug nur an den Scheitelpunkten sicher am Hindernis E_1 vorbeifahren, dazwischen käme es zu Kollisionen.

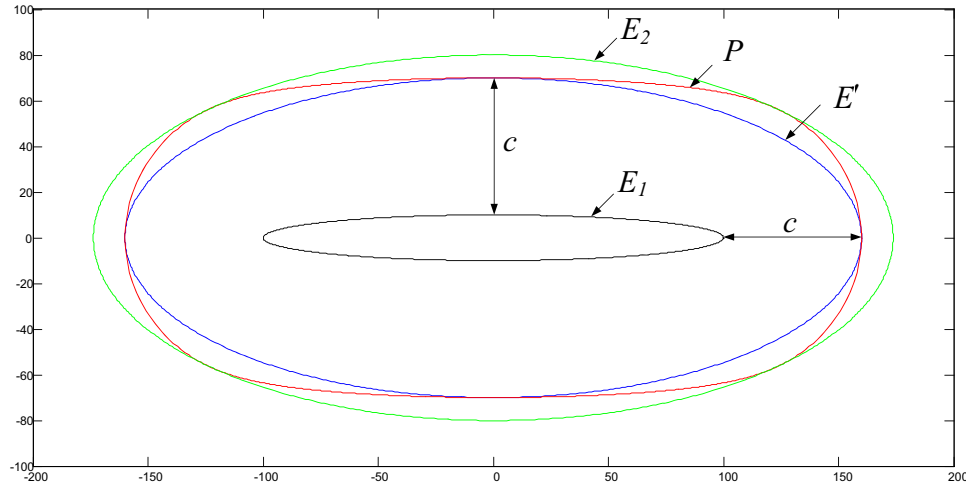


Abbildung 3.4.: Probleme bei der Hindernisvergrößerung

Die Bahn, die das FFZ fahren muss, damit das innerste Fahrzeug mit dem realen Hindernis E_1 nicht kollidiert, kann durch einen Kreis mit dem Durchmesser c konstruiert werden, der um E_1 rollt. Die so entstandene Kurve P ist die Parallelkurve der Ellipse E_1 und ist selbst keine Ellipse, was im Folgenden gezeigt wird. Die Kurve P kann in Parameterdarstellung beschrieben werden. Die Parameterdarstellung zur Beschreibung einer Ellipse in der ersten Hauptlage¹ mit den Halbachsen (a, b) lautet

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos t \\ b \sin t \end{pmatrix} \quad t \in [0, 2\pi]. \quad (3.4)$$

Eine Tangente an dieser Ellipse hat den Anstieg

$$m = \frac{dy}{dx} = -\frac{b \cos t}{a \sin t}. \quad (3.5)$$

Demzufolge hat die Normale einer solchen Tangente den Anstieg

$$m' = \frac{a \sin t}{b \cos t}. \quad (3.6)$$

Der auf c normierte Normalenvektor lässt sich mit

$$\vec{v} = c \cdot \frac{b \cos t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{a \sin t}{b \cos t} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

¹Eine Ellipse, deren Mittelpunkt im Ursprung des Koordinatensystems liegt und deren Hauptachse mit der x -Achse zusammenfällt, wird Ellipse in der ersten Hauptlage genannt

bestimmen. Die Parameterdarstellung zur Beschreibung der Kurve P lautet

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos t + c \cdot \frac{b \cos t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}} \\ b \sin t + c \cdot \frac{a \sin t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

welche die quadratische Gleichung zur Beschreibung einer in der ersten Hauptlage liegenden Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.9)$$

nicht erfüllt. Somit ist bewiesen, dass die Kurve P keine Ellipse ist.

Um die Behandlung der Hindernisse weiterhin als Ellipsen zu ermöglichen, wird die Ellipse E_2 mit den Halbachsen (A, B) gesucht (siehe Abbildung 3.5). Damit das gesperrte Gebiet minimal bleibt, soll die Ellipse E_2 die Kurve P vollständig überdecken und gleichzeitig Flächenminimal sein. Die Bestimmung der notwendigen Parameter der Ellipse E_2 wird im folgenden Abschnitt ausführlich behandelt.

Bestimmung der Hindernisvergrößerung

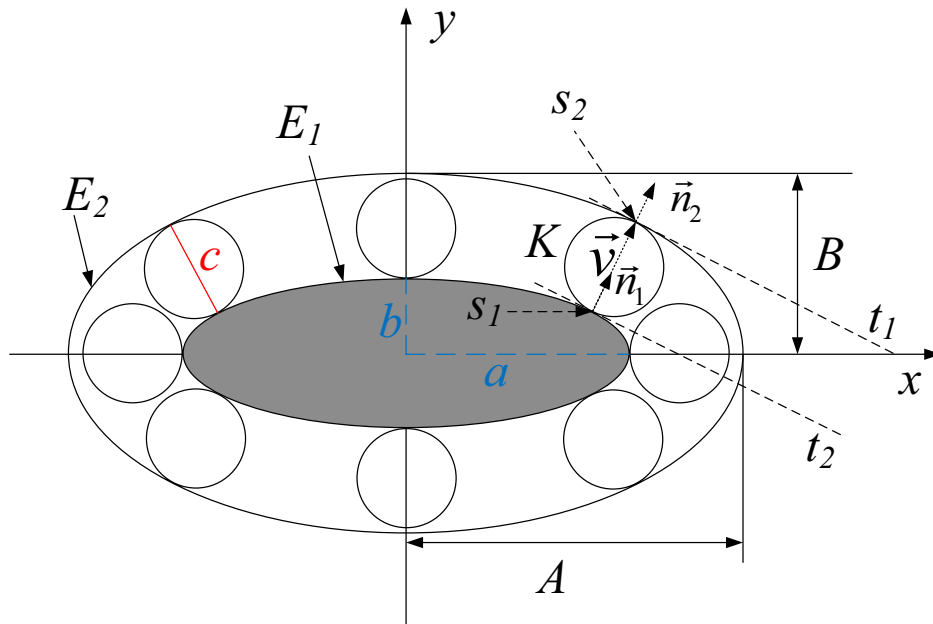


Abbildung 3.5.: Hindernisvergrößerung

Es wird angenommen, dass die Ellipse E_1 in der ersten Hauptlage liegt, daher liegt die Ellipse E_2 auch in der ersten Hauptlage. In dieser Konstellation werden zwei ineinanderliegende Ellipsen als koaxiale Ellipsen bezeichnet. In [KIM06] wird ein Algorithmus zur Bestimmung des Abstands zwischen zwei beliebig liegenden Ellipsen basierend auf den Abstand zwischen einem

Punkt und einer Ellipse vorgestellt. In [WUN70] wird der Abstand zweier coaxialen Ellipsen ausgehend von dem Abstand zweier parallelen Tangenten an den beiden Ellipsen analytisch bestimmt. Die Eindeutigkeit der Existenz einer flächenminimalen Ellipse, die eine Punktmenge enthält, wird in [DLL57] bewiesen.

In dieser Arbeit wurde ein neues Verfahren zur Bestimmung der Parameter der Ellipse E_2 entwickelt, da bisherige Lösungen entweder numerisch oder zur Flächenminimierung von E_2 nicht geeignet sind.

Die Ellipsen E_1 und E_2 können durch ihre Mittelpunktgleichung in der Form

$$E_1 : \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \quad E_2 : \frac{x_2^2}{A^2} + \frac{y_2^2}{B^2} = 1 \quad (3.10)$$

beschrieben werden. Damit die Ellipse E_2 eine minimale Fläche besitzt und P einschließt, muss sie die Parallelkurve P von außen berühren. Aufgrund der Symmetrie der Ellipse, berührt E_2 P an vier Punkten, ein Punkt pro Quadrant. In Abbildung 3.5 berührt E_2 P im ersten Quadrant im Punkt s_2 . Der Kreis K mit dem Durchmesser c berührt ebenfalls die Ellipse E_2 in s_2 sowie die Ellipse E_1 in s_1 . Somit ist die Tangente t_2 an E_2 im Punkt s_2 gleichzeitig die Tangente an K im Punkt s_2 , gleiches gilt für die Tangente t_1 an E_1 im Punkt s_1 , da sie ebenfalls die Tangente an K im Punkt s_1 ist. Da $|s_1 s_2| = c$ ist, und t_1 und t_2 Tangenten an dem Kreis K sind, gilt $t_1 \parallel t_2$. Somit liegen der Normalenvektor \vec{n}_1 der Tangente t_1 in s_1 und der Normalenvektor \vec{n}_2 der Tangente t_2 in s_2 auf einer Geraden. Dies gilt weiterhin für den Verbindungsvektor \vec{v} von s_1 und s_2 . So ist: $\vec{v} \parallel \vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2$. Die Parallelität der Vektoren ergibt

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2 &\Rightarrow \vec{n}_1 = k \cdot \vec{n}_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{x_1}{a^2} \\ \frac{y_1}{b^2} \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} \frac{x_2}{A^2} \\ \frac{y_2}{B^2} \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow k = \frac{A^2 x_1}{a^2 x_2} = \frac{B^2 y_1}{b^2 y_2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

und

$$\begin{aligned} \vec{v} \parallel \vec{n}_1 &\Rightarrow \vec{v} = q \cdot \vec{n}_1 \Rightarrow \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} = q \cdot \begin{pmatrix} \frac{x_1}{a^2} \\ \frac{y_1}{b^2} \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow q = a^2 \cdot \left(\frac{x_2}{x_1} - 1 \right) = b^2 \cdot \left(\frac{y_2}{y_1} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.12)$$

In Gleichung 3.12 ist es möglich, die Koordinaten entsprechend der Gleichung 3.11 zu ersetzen. Somit ergibt sich

$$\begin{aligned} k &= \frac{A^2 - B^2}{a^2 - b^2} \\ q &= \frac{A^2}{k} - a^2 = \frac{B^2}{k} - b^2. \end{aligned} \quad (3.13)$$

In den Ellipsengleichungen 3.10 werden x_2 und y_2 durch x_1 , y_1 und k aus Gleichung 3.11 ersetzt

$$\begin{aligned} x_1^2 &= \frac{a^4 b^2}{A^2 b^2 - a^2 B^2} \cdot \left(k^2 - \frac{B^2}{b^2} \right) \\ y_1^2 &= \frac{a^4 b^2}{A^2 b^2 - a^2 B^2} \cdot \left(\frac{A^2}{a^2} - k^2 \right). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Der Abstand c der Ellipsen ist auch der Abstand zwischen den beiden Punkten s_1 und s_2 , das führt zu

$$c^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2. \quad (3.15)$$

Nach dem Einsetzen von $(x_2 - x_1)$ und $(y_2 - y_1)$ aus Gleichung 3.12 in Gleichung 3.15 ergibt sich für c^2

$$c^2 = q^2 \cdot \left(\frac{x_1^2}{a^4} + \frac{y_1^2}{b^4} \right). \quad (3.16)$$

In 3.16 kann q entsprechend Gleichung 3.12 und x_1 und y_1 entsprechend Gleichung 3.14 ersetzt werden. Die resultierte Gleichung liefert eine Beziehung zwischen den gegebenen Parametern a , b , c und den gesuchten Längen A und B . Die Vereinfachung dieser Beziehung ergibt die folgende Gleichung

$$c^2 = \frac{a^2 b^2}{(A^2 - B^2)} \cdot \left(1 - \frac{A^2 - B^2}{a^2 - b^2} \right) \cdot \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2} \right). \quad (3.17)$$

Mit dieser Gleichung als Nebenbedingung kann nun die Fläche $F_{E_2} = \pi \cdot A \cdot B$ der Ellipse E_2 minimiert und die Parameter (A, B) gefunden werden. Allerdings nimmt die Minimierung verglichen mit einer analytischen Lösung mehr Zeit in Anspruch. Daher wird mit Gleichung 3.17 weitergerechnet und in

$$\frac{c^2}{a^2 b^2} \cdot (A^2 - B^2) = \left(1 - \frac{A^2 - B^2}{a^2 - b^2} \right) \cdot \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2} \right) \quad (3.18)$$

umformuliert. Um die folgenden Ableitungen zu vereinfachen wird die Substitution

$$u = 1 - \frac{A^2 - B^2}{a^2 - b^2} \quad (3.19)$$

eingeführt. Die Lösung der Gleichungen 3.18 und 3.19 nach A^2 und B^2 ergibt

$$\begin{aligned} A^2 &= (1 - u) \cdot a^2 + \frac{u - 1}{u} \cdot c^2 \\ B^2 &= (1 - u) \cdot b^2 + \frac{u - 1}{u} \cdot c^2. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Die Gleichung der Ellipse E_2 aus Gleichung 3.10 wird mit k^2 multipliziert

$$A^2 \cdot \left(\frac{kx_2}{A^2} \right)^2 + B^2 \cdot \left(\frac{ky_2}{B^2} \right)^2 = k^2. \quad (3.21)$$

3. Hindernisrepräsentation

Nach dem Einsetzen von k aus Gleichung 3.11 wird Gleichung 3.21 zu

$$A^2 \cdot \left(\frac{x_1}{a^2}\right)^2 + B^2 \cdot \left(\frac{y_1}{b^2}\right)^2 = k^2. \quad (3.22)$$

In Hinsicht auf das Minimierungsproblem der Fläche von E_2 können A^2 und B^2 als

$$\begin{aligned} A^2 &= s \cdot a^2 + t \cdot c^2 \\ B^2 &= s \cdot b^2 + t \cdot c^2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

ausgedrückt werden, wobei $s, t \in \mathbb{R}^+$ aus Gleichung 3.20 durch die Substitutionen

$$\begin{aligned} s &= (1 - u) \\ t &= \frac{u - 1}{u} \end{aligned} \quad (3.24)$$

entstanden sind. A^2 und B^2 werden aus Gleichung 3.23 in Gleichung 3.22 eingesetzt

$$\begin{aligned} (s \cdot a^2 + t \cdot c^2) \frac{x_1^2}{a^4} + (s \cdot b^2 + t \cdot c^2) \frac{y_1^2}{b^4} &= k^2 \\ \Rightarrow s \cdot \left(\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2}\right) + t \cdot c^2 \cdot \left(\frac{x_1^2}{a^4} + \frac{y_1^2}{b^4}\right) &= k^2. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Aus der Ellipsengleichung in 3.10 wird Gleichung 3.25 zu

$$\begin{aligned} s + t \cdot c^2 \left(\frac{x_1^2}{a^4} + \frac{y_1^2}{b^4}\right) &= k^2 \\ \Rightarrow \frac{x_1^2}{a^4} + \frac{y_1^2}{b^4} &= \frac{k^2 - s}{t \cdot c^2}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Gleichung 3.26 wird in Gleichung 3.16 eingesetzt

$$c^2 = q^2 \cdot \left(\frac{k^2 - s}{t \cdot c^2}\right). \quad (3.27)$$

Gleichung 3.12 ergibt:

$$\begin{aligned} q &= \frac{x_2 - x_1}{\frac{x_1}{a^2}} = \frac{y_2 - y_1}{\frac{y_1}{b^2}} \\ \Rightarrow q &= a^2 \cdot \left(\frac{x_2}{x_1} - 1\right) = b^2 \cdot \left(\frac{y_2}{y_1} - 1\right). \end{aligned} \quad (3.28)$$

$\frac{x_2}{x_1}$ und $\frac{y_2}{y_1}$ können aus Gleichung 3.11 wie folgt

$$\begin{aligned}\frac{x_2}{x_1} &= \frac{1}{k} \cdot \frac{A^2}{a^2} \\ \frac{y_2}{y_1} &= \frac{1}{k} \cdot \frac{B^2}{b^2}\end{aligned}\tag{3.29}$$

ermittelt werden. Durch das Einsetzen der Gleichung 3.29 in Gleichung 3.28 wird q zu

$$q = \frac{A^2}{k} - a^2 = \frac{B^2}{k} - b^2\tag{3.30}$$

und k zu:

$$k = \frac{A^2 - B^2}{a^2 - b^2}\tag{3.31}$$

bestimmt. Gleichung 3.23 ergibt: $A^2 - B^2 = s \cdot (a^2 - b^2) \Rightarrow s = k$. Die Bestimmung von q erfolgt nach Gleichung 3.30 zu

$$2 \cdot q = \frac{A^2}{k} - a^2 + \frac{B^2}{k} - b^2 = \frac{A^2 + B^2}{s} - (a^2 + b^2).\tag{3.32}$$

Im Weiteren wird Gleichung 3.23 in Gleichung 3.32 eingesetzt, um q endgültig zu bestimmen

$$q = \frac{t}{s} \cdot c^2.\tag{3.33}$$

Die Gleichungen 3.16, 3.26 und 3.33 werden benutzt um eine Beziehung zwischen s und t zu finden

$$\begin{aligned}c^2 &= \left(\frac{t}{s} \cdot c^2\right)^2 \cdot \frac{s^2 - s}{t \cdot c^2} = \frac{t}{s} \cdot c^2 \cdot (s - 1) \\ \Rightarrow s + t &= s \cdot t.\end{aligned}\tag{3.34}$$

Um die folgenden Schritte zu vereinfachen, wird die Substitution $s = z + 1 \Rightarrow t = \frac{z+1}{z}$ durchgeführt und in Gleichung 3.23 eingesetzt

$$\begin{aligned}A^2 &= (z + 1) \cdot \left(a^2 + \frac{c^2}{z}\right) \\ B^2 &= (z + 1) \cdot \left(b^2 + \frac{c^2}{z}\right).\end{aligned}\tag{3.35}$$

Für die Minimierung der Ellipsenfläche wird $F = A^2 \cdot B^2$ minimiert. Dies ist äquivalent zur Minimierung von $F_{E_2} = \pi \cdot A \cdot B$. Die notwendige Bedingung für das Minimum der Funktion F ist $\frac{dF}{dz} = 0$. Aus

$$\frac{dF}{dz} = 0 \Rightarrow \left[(z + 1) \cdot \left(a^2 + \frac{c^2}{z}\right) \cdot \left(b^2 + \frac{c^2}{z}\right) \right]' = 0\tag{3.36}$$

folgt die Polynomgleichung

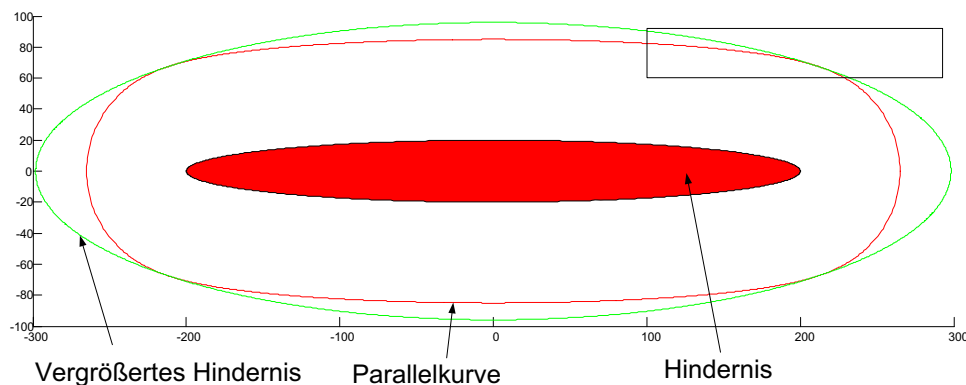
$$(2 \cdot a^2 \cdot b^2) \cdot z^3 + c^2 \cdot (a^2 + b^2) \cdot z^2 - c^2 \cdot (a^2 + b^2) \cdot z - 2 \cdot c^4 = 0 \quad (3.37)$$

die es zu lösen und in 3.35 einzusetzen gilt. Die hinreichende Bedingung ergibt, dass nach der reellen positiven Lösung des kubischen Polynoms gesucht werden muss. Die Nullstellen des Polynoms 3. Ordnung der Gleichung 3.37 bestimmen sich durch die Berechnung der Eigenwerte der Begleitmatrix des Polynoms.

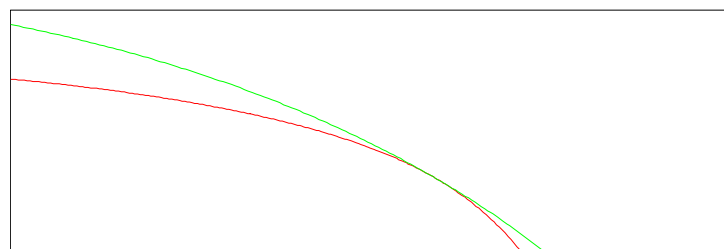
Zur Berechnung der Ellipsenvergrößerung durch Minimierung der Ellipsenfläche mit Gleichung 3.17 als Nebenbedingung wurde unter MATLAB® [THE10] die Funktion *fmincon* benutzt. Ein Vergleich der Rechenzeit zur Bestimmung der Parameter (A, B) der Ellipse E_2 zwischen der Minimierung der Ellipsenfläche und der Lösung des Polynoms dritter Ordnung ergibt:

- Rechenzeit der Minimierungsmethode $\approx 1,2$ Sekunden
- Rechenzeit der Lösung des Polynoms $\approx 1,2 \cdot 10^{-3}$ Sekunden

Die Lösung des Polynoms ist 10^3 mal schneller als die Minimierung, wobei zu erwähnen ist, dass die Rechenzeit der Minimierung von der verwendeten Minimierungsfunktion abhängig ist. Ein Hindernisbeispiel aus dem Simulationsprogramm ist in Abbildung 3.6(a) dargestellt. In Abbildung 3.6(b) ist deutlich zu erkennen, dass die vergrößerte Ellipse die Parallelkurve tangiert.



(a) Hindernisvergrößerung



(b) Tangieren vergrößerte Ellipse – Parallelkurve

Abbildung 3.6.: Beispiel einer Hindernisvergrößerung

3.5. Diskretisierung der Hindernisse

Unter der Diskretisierung einer Ellipse wird die Überführung dieser in eine Polygonform verstanden. Es wird ein Algorithmus zur Diskretisierung der Ellipse unter der Beachtung mehrerer Anforderungen benötigt. Das Polygon sollte die Ellipse vollständig einschließen, jedoch möglichst wenig befahrbares Gebiet enthalten, also eine minimale Fläche besitzen. Die Polygonstützstellen sollen vom *FFZ* befahrbar sein. Somit sind die an das Polygon gestellten Anforderungen:

- Das Polygon soll die Ellipse an jeder seinen Kanten berühren
- Das Polygon soll so viele befahrbare Stützstellen (Ecken) wie möglich besitzen

Eine in der Computergraphik häufig gestellte Frage ist, wie ein Objekt entlang einer parametrisierbaren Kurve mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt werden soll. Üblicherweise wird dies durch die Reparametrisierung der Kurve durch Kreisbögen erreicht. In [EBE08] wird ein numerischer Algorithmus zur Approximation beliebiger Kurven durch Kreisbögen vorgestellt. Die gleichmäßige Teilung der Ellipse in n gleichlange Bogenstücke ist ein analytisch nicht lösbares Problem. Ein numerisches Verfahren zur gleichmäßigen Teilung der Ellipse wird in [VOL95] dargelegt. Eine Konstruktion zum Ersatz der Ellipse durch Korbbögen² wurde in [MZC37] vorgestellt.

Da alle vorgestellten Verfahren das Problem entweder numerisch oder ohne Beachtung der Befahrbarkeit der Ecken konstruiert sind, wurde in dieser Arbeit ein anderes Verfahren angewendet. Dieses Verfahren basiert auf den Ausführungen in [EIC07]. Im nächsten Abschnitt wird dieses Verfahren unter der Berücksichtigung der definierten Anforderungen vorgestellt.

Verfahren zur Ellipsendiskretisierung

Die Polygonstützstellen werden auf Basis normierter Stützstellen, welche um einen Einheitskreis angeordnet werden, bestimmt. Zunächst wird die Ellipse in der ersten Hauptlage betrachtet. Die Stützstellen werden für den ersten Quadranten des Einheitskreises berechnet und für die anderen Quadranten durch entsprechenden Vorzeichenwechsel angepasst. Die geometrische Konstruktion des Verfahrens wird anhand der Abbildung 3.7 erläutert. Der Vektor p_n kann in der Form

$$p_n = \begin{pmatrix} \cos(n \cdot \alpha) \\ \sin(n \cdot \alpha) \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

angegeben werden, somit hat die dazu gehörige Gerade den Anstieg $m_p = \tan(n \cdot \alpha)$. Eine Tangente des Einheitskreises d_n läuft senkrecht zu der entsprechenden Geraden p_n , damit ist

²Ein Korbbogen ist ein Bogen, der sich aus Kreisbögen zusammensetzt, die ohne Knick ineinander übergehen

der Anstieg dieser Geraden $m_d = \frac{-1}{m_p}$.

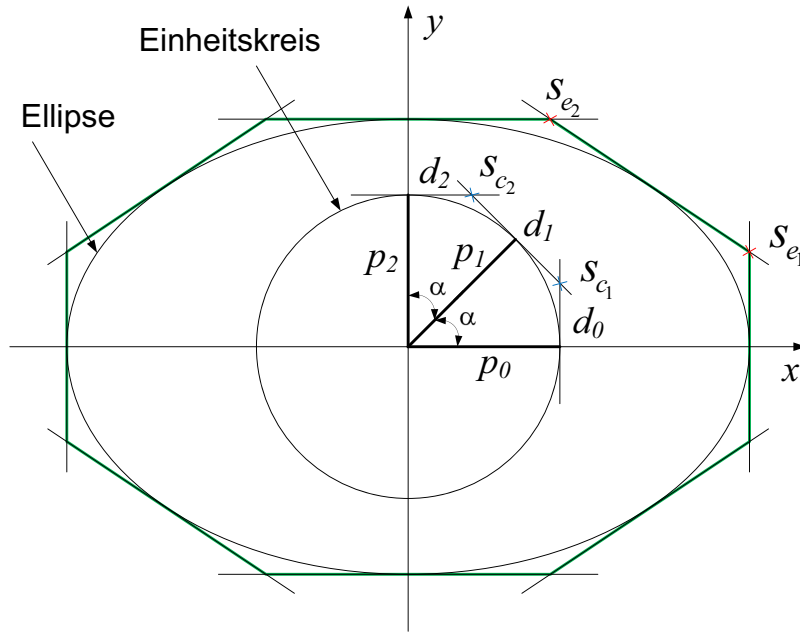


Abbildung 3.7.: Ellipsendiskretisierung

Die Geradengleichung von d_n , mit der Erkenntnis, dass der Punkt p_n ein Punkt dieser Geraden ist, lautet

$$d_n : y = \frac{-1}{\tan(n \cdot \alpha)} \cdot x + \frac{1}{\sin(n \cdot \alpha)}. \quad (3.39)$$

Der Punkt $s_{c_{n+1}}$ lässt sich als Schnittpunkt der Geraden d_n und d_{n+1} wie folgt bestimmen

$$\begin{aligned} x_{c_{n+1}} &= \cos(n \cdot \alpha) - \sin(n \cdot \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ y_{c_{n+1}} &= \sin(n \cdot \alpha) + \cos(n \cdot \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

Die Polygonstützstellen $s_{e_1 \dots 4n}$ werden durch die Skalierung von $s_{c_1 \dots 4n}$

$$\begin{aligned} x_{e_{n+1}} &= a \cdot \left(\cos(n \cdot \alpha) - \sin(n \cdot \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) \\ y_{e_{n+1}} &= b \cdot \left(\sin(n \cdot \alpha) + \cos(n \cdot \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

an die Ellipsenform einer Ellipse mit den Halbachsen (a, b) angepasst.

Durch diese Konstruktion wird sichergestellt, dass eine Polygonkante $s_{e_i} s_{e_{i+1}}$ die Ellipse tangiert. Somit wird erreicht, dass die entsprechende Kante an dem Einheitskreis $s_{c_i} s_{c_{i+1}}$ den Berührungspunkt b_{c_i} mit dem dargestellten Kreis besitzt. Der skalierte Punkt vom Berührungspunkt b_{e_i} liegt auf der Ellipse. Es bleibt zu zeigen, dass die Punkte s_{e_i} , b_{e_i} und $s_{e_{i+1}}$ auf einer

Geraden liegen. Die Kantenlänge am Einheitskreis ist

$$k_{c_i} = \overline{s_{c_i}s_{c_{i+1}}} = 2 \cdot \overline{s_{c_i}b_{c_i}} = 2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (3.42)$$

Die Strecke vom Punkt $s_{c_i} = (x_{c_i}, y_{c_i})$ zu $s_{c_{i+1}} = (x_{c_{i+1}}, y_{c_{i+1}})$ wird in Parameterdarstellung durch die Beziehung

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{c_i} \\ y_{c_i} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} x_{c_{i+1}} - x_{c_i} \\ y_{c_{i+1}} - y_{c_i} \end{pmatrix} \quad t \in [0, 1] \quad (3.43)$$

beschrieben. Für $t = \frac{1}{2}$ ergeben sich die Koordinaten des Berührungspunkts b_{c_i}

$$\begin{pmatrix} x_{b_{c_i}} \\ y_{b_{c_i}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{c_i} \\ y_{c_i} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} x_{c_{i+1}} - x_{c_i} \\ y_{c_{i+1}} - y_{c_i} \end{pmatrix}. \quad (3.44)$$

Die Streckengleichung wird um den Vektor $(a, b)^T$ skaliert

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{c_i} \\ y_{c_i} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{c_{i+1}} - x_{c_i} \\ y_{c_{i+1}} - y_{c_i} \end{pmatrix} \quad t \in [0, 1]. \quad (3.45)$$

Der Berührungspunkt b_{e_i} an der Ellipse erfüllt die Gleichung 3.45, somit liegen s_{e_i} , b_{e_i} und $s_{e_{i+1}}$ auf einer Strecke.

Der Begriff der Befahrbarkeit von Punkten kommt aus den im Abschnitt 2.6 definierten Anforderungen. Wegpunkte heißen befahrbar, wenn ein zulässiger Missionsplan bestehend aus Strecken und Kreisbögen aus diesen Punkten erzeugt werden kann. Ein zulässiger Missionsplan erfüllt die folgenden Bedingungen:

- Jedes der Manöver (Strecken und Kreisbogen) besitzt eine minimale Manöverlänge l_{min}
- Die Kreisbogenmanöver haben einen Mindestradius r_{FFZ} , der den minimalen Wenderradius des FFZ beschreibt

Die Bedingungen an einem Kreisbogen können mit

$$\begin{aligned} r \cdot \lambda &\geq l_{min} \\ \frac{\min(b_{side}, c_{side})}{2} &\geq \frac{r_{FFZ}}{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)} + \frac{l_{min}}{2} \end{aligned} \quad (3.46)$$

beschrieben werden (siehe Abbildung 3.8).

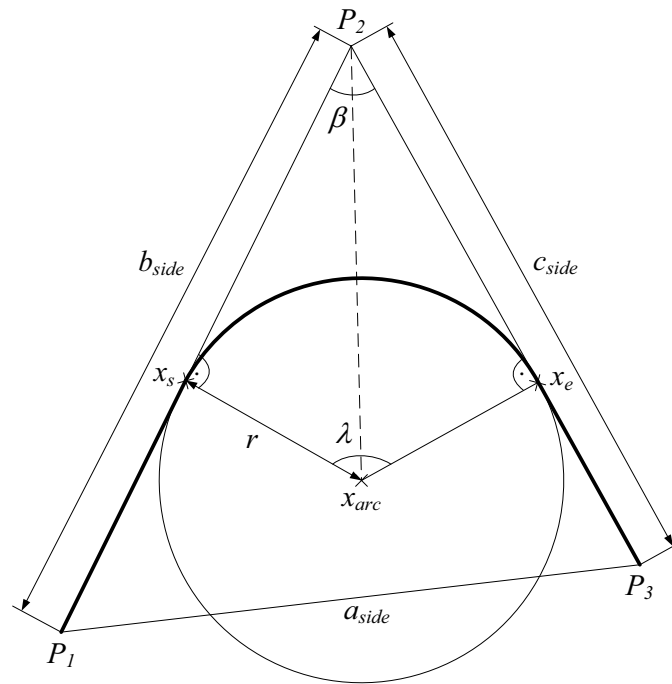


Abbildung 3.8.: Anforderungen an ein Kreisbogenmanöver

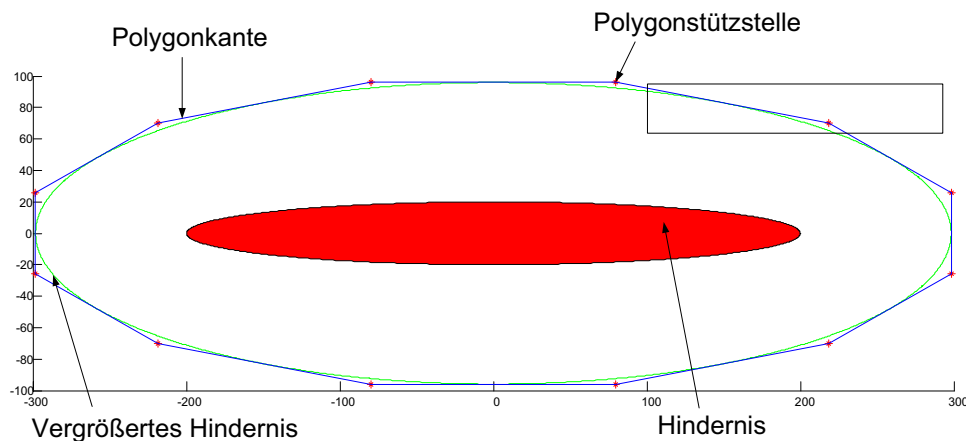
Der Algorithmus zur Ellipsendiskretisierung besteht aus zwei ineinander geschachtelten while-Schleifen. In der Äußeren wird geprüft, ob die Kreisbögen die Ellipse schneiden. Im Falle gefundener Schnittpunkte werden die Ellipsenparameter (a, b) um den Sicherheitsabstand (d_{sec}) vergrößert, dann die Ellipse neu diskretisiert und mit den ursprünglichen Parametern die Überprüfung auf Schnittpunkte durchgeführt. In der inneren while-Schleife findet die eigentliche Diskretisierung statt. Damit die Ellipse so genau wie möglich approximiert werden kann, wird sie im ersten Schritt mit einem Punkt in jedem Quadranten approximiert und die Bedingungen geprüft. Erfüllen die Eckpunkte die Bedingungen, wird die Anzahl der Punkte solange um eins erhöht, bis eine der Bedingungen verletzt wird. Die letzte zulässige Lösung wird anschließend für die weiteren Berechnungsschritte genutzt. Nach dem Abschluss des Diskretisierungsprozesses werden die Stützstellen des Polygons durch zwei Transformationen an die entsprechende Ellipsenform angepasst. Diese Transformationen erfolgen wie in [ALR09] beschrieben und sind in gezeigter Reihenfolge auszuführen:

1. Rotation um den Rotationswinkel der Ellipse ($\theta_{Ellipse}$)
2. Verschiebung um den Mittelpunkt der Ellipse ($x_{Ellipse}$)

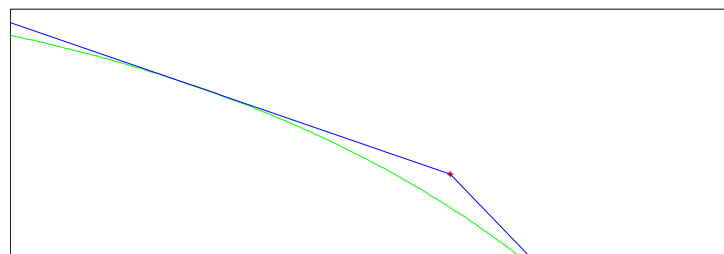
Dieses Verfahren wird anhand des Pseudocodes zum Ellipsendiskretisierungs-Algorithmus im Anhang A.1 detailliert erläutert.

Abbildung 3.9(a) zeigt ein Hindernisbeispiel aus dem Simulationsprogramm und seine Diskretisierung. In Abbildung 3.9(b) ist deutlich zu erkennen, dass die Polygonkanten die Ellipse

tangieren.



(a) Ellipsendiskretisierung



(b) Tangieren Polygon – Ellipse

Abbildung 3.9.: Beispiel einer Ellipsendiskretisierung

3.6. Zusammenfassung

Um Teams autonomer Fahrzeuge in Formation um Hindernisse zu manövrieren, bedarf es einer anspruchsvollen Kollisionserkennung und -vermeidung. Die vorgestellten Konzepte basieren auf der Modellierung jedes Fahrzeugs als punktförmiger Körper und die Vergrößerung der einzelnen Objektformen. Die Kollisionssituationen werden durch Schnittberechnungen der Manövertrajektorien jedes Fahrzeugs mit den Ellipsen der Objekte ermittelt. Jedes einzelne Manöver wird nach der Reihenfolge seiner Abarbeitung im Missionsplan gegen die gesamte Liste der Objekte geprüft, was einem simulierten Abfahren der Mission entspricht. Die Manöver und die Objekte lassen sich durch Kurven maximal 2. Ordnung beschreiben, so dass analytische Schnittberechnungen durchgeführt werden können.

Die Kollisionsvermeidung basiert auf der Bildung eines virtuellen Führungsfahrzeugs (FFZ) und der Vergrößerung der Hindernisse, die von der zu Beginn definierten Formation abhängig ist. Die Bestimmung der Hindernisvergrößerung ist essentiell, damit das Fahrzeugteam sicher um die Hindernisse fahren kann, wenn das mittig am Ende der Formation positionierte FFZ die Ecken der vergrößerten Hindernissen passiert. Die elliptischen Hindernisse wurden durch

Polygonform nachgebildet und ihre Stützstellen ermittelt, die in den Graphen als Knoten eingetragen werden, um im Falle einer Kollisionsvermeidung die Fahrzeuge an den Hindernissen vorbeizuführen. Dabei sollte das Polygon die elliptische Form der Hindernisse so genau wie möglich annähern, um möglichst wenig Verluste an durchzuführenden Missionsaufgaben zu erreichen.

4. Wegeplanung der Formationsfahrt

4.1. Einführung in die Wegeplanung

Die Wegeplanung stellt die Umplanung eines Missionsplans aufgrund einer Kollisionssituation und die Erzeugung eines neuen hindernisfreien Missionsplans dar. Wird eine Kollisionssituation erkannt, wird der bestehende Plan verworfen und eine Neuplanung initiiert.

Zur Erzeugung eines Routenplans gibt es eine Vielzahl von Lösungsmöglichkeiten aus den Gebieten der Mathematik, der Optimierung und der Informatik. Die leistungsfähigsten Verfahren zur Bestimmung eines Routenplans sind die graphenbasierten Ansätze. Dabei wird ein Routenplan unter Verwendung eines geometrischen Graphen ermittelt. Zur Erstellung eines solchen Graphen werden Punkte (Knoten) im Operationsgebiet definiert, die vom Fahrzeug befahrbar sind. Die befahrbaren Verbindungen zwischen diesen Punkten werden als Kanten in den Graphen eingetragen. Jede Kante besitzt eine Bewertung (Kosten, Gewicht), welche die Länge der Verbindung, die entstehenden Kosten beim Abfahren der Verbindung oder die dafür benötigte Zeit sein kann. Nach der Generierung des Graphen wird ein Weg (Routenplan) vom Anfangsknoten (Startpunkt) zum Endknoten (Zielpunkt) mit den geringsten Gesamtkosten durch einen Suchalgorithmus ermittelt. Dieser durchsucht den Graphen, um eine Kombination von Kanten zu ermitteln, die den Startknoten und den Endknoten mit der geringsten Summe an Kosten verbindet.

4.2. Graphenbasierte Darstellung der Umwelt

Es gibt in der Literatur mehrere Möglichkeiten zur Darstellung der Umwelt in einem Graphen wie die gitterbasierte Darstellung, der Quadtree- / Octreegraph und Sichtbarkeitsgraph (siehe [EIC07]). In dieser Arbeit wurde auf die Untersuchung der Darstellung der Umwelt in einem Sichtbarkeitsgraphen beschränkt.

Beim Sichtbarkeitsgraphen bilden die Eckpunkte der Hindernisse die Knoten des Graphen. Hindernisse ohne Ecken, wie Kreise oder Ellipsen, werden durch eine Polygonform nachgebildet, die das Hindernis vollständig einschließt (siehe Abschnitt 3.5). Startpunkt (x_{Start}) und Zielpunkt (x_{Ziel}) der Umplanung werden ebenfalls als Knoten in den Graphen eingetragen. Alle

möglichen Linien zwischen den Knoten, die keine Hindernisse schneiden, werden zu Kanten des Graphen. Zur Ermittlung eines Wegs zwischen x_{Start} und x_{Ziel} gibt es in der Graphentheorie viele Verfahren wie die Breitensuche, der Dijkstra Algorithmus und der auf den Dijkstra Algorithmus aufbauende A* Algorithmus. Der Dijkstra Algorithmus berechnet in linearer Zeit den Weg mit den geringsten Kosten in einem kantengewichteten Graphen, deswegen wurde er für diese Arbeit gewählt (siehe [ERL01] und [ALR09]).

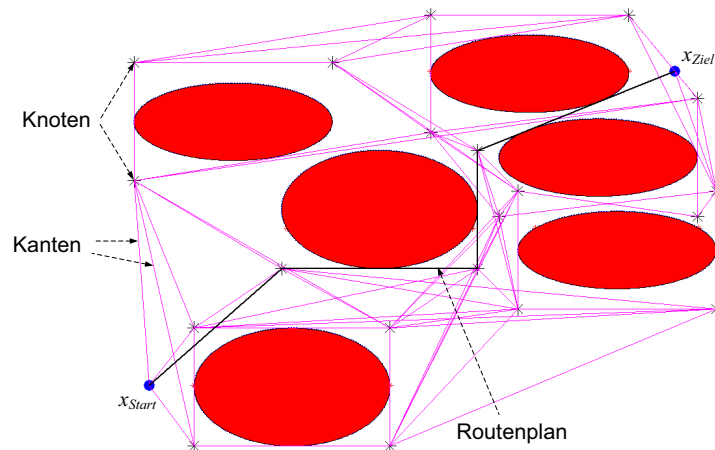


Abbildung 4.1.: Geometrischer Sichtbarkeitsgraph

Abbildung 4.1 zeigt einen so generierten Graphen mit der in dieser Arbeit verwendeten elliptischen Hindernisform. Der ermittelte Weg bei der Verwendung eines Sichtbarkeitsgraphen führt immer über die Hindernisecken zum Zielpunkt. Deshalb ist es bei diesem Verfahren wichtig, die Hindernisse um einen vorgegebenen Sicherheitsabstand zu vergrößern, um das Kollidieren der Fahrzeuge mit den Hindernissen zu vermeiden (siehe Kapitel 3).

4.3. Erstellung eines stetigen Wegs

4.3.1. Wegpunkte und Missionsplan

Ein Weg in einem Graphen wird durch einzelne Wegpunkte (Knoten) beschrieben, welche die abzufahrenden Streckenabschnitte beschreiben. Findet ein Richtungswechsel zwischen zwei Streckenabschnitten statt, kann ein Fahrzeug den neuen Vorgaben nur verzögert folgen. Um einen stetigen Verlauf beim Abfahren der einzelnen Wegpunkte zu erreichen, werden zwischen den einzelnen Streckenabschnitten Kreisbogenelemente eingefügt, die das Bewegungsverhalten eines Fahrzeugs zum Einfahren auf das neue Streckenelement beschreiben sollen. Da ein geplanter Missionsplan aus Strecken- und Kreisbogenmanövern besteht, könnte der Startpunkt x_{Start} bzw. Zielpunkt x_{Ziel} der Umplanung auf einem Kreisbogenmanöver liegen. In diesem Fall soll ein Kreisbogenelement zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem Strecken-

manöver bzw. umgekehrt so platziert werden, dass ein stetiger Verlauf entsteht. Die stetige Richtungswechsel zwischen Streckenmanövern bzw. zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem Streckenmanöver werden in den folgenden zwei Abschnitten beschrieben.

4.3.2. Streckenmanöver – Streckenmanöver

Die folgenden Ausführungen in diesem Abschnitt wurden [EIC07] und [ALR09] teilweise entnommen.

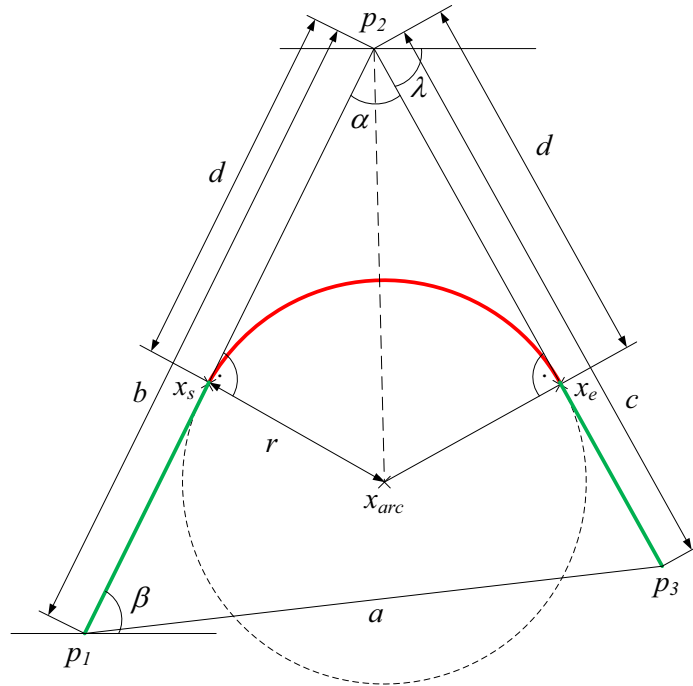


Abbildung 4.2.: Festlegung eines Kreisbogens zwischen zwei Streckenabschnitten

Abbildung 4.2 zeigt zwei Streckenabschnitte, die durch die Wegpunktpositionen p_1 , p_2 und p_3 beschrieben werden. Zwischen diesen beiden Streckenabschnitten soll ein Kreisbogenelement so platziert werden, dass ein stetiger Richtungswechsel (ableitungsfrei) beim Einfahren in ein neues Streckenelement entsteht. Ein solches Kreisbogenmanöver wird durch einen Mittelpunkt x_{arc} , eine Startposition x_s und Endposition x_e sowie eine Drehrichtung $arcDir$ definiert, wie im Abschnitt 2.3.2 vorgestellt wurde. Für den Wert des Radius r wird der Wert des minimalen Wenderadius des FFZ (r_{FFZ}) gewählt. Die Länge d definiert den Beginn bzw. das Ende des Einfahrvorganges und kann durch die Winkelbeziehung:

$$d = \frac{r}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (4.1)$$

ermittelt werden. Der Winkel α bestimmt sich unter Verwendung des Kosinussatzes für das von

den Wegpunkten p_1 , p_2 und p_3 aufgespannte Dreieck mit den Seitenlängen a , b und c

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ \alpha &= \arccos \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Der maximale Radius r_{max} , mit dessen Hilfe der Kreisbogen eingefügt werden kann, beträgt

$$r_{max} = \frac{\min(b, c)}{2} \cdot \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right). \quad (4.3)$$

Dabei wurde die Hälfte des Minimums der beiden Seiten gewählt, damit der Kreisbogen zwischen den vorherigen bzw. nachfolgenden Wegpunkten so eingefügt werden kann, ohne dass sich die beiden Kreisbögen überlappen. Falls $r_{FFZ} > r_{max}$ ist, kann das entsprechende Fahrzeug diesen Streckenabschnitt zur Umplanung nicht nutzen und muss einen anderen Weg suchen, was im Abschnitt 4.8 dargelegt wird.

Die Start- und Endposition x_s und x_e des Kreisbogenmanövers, die gleichzeitig die Endposition des ersten Streckenmanövers bzw. die Startposition des zweiten Streckenmanövers ist, wird nach den folgenden Beziehungen bestimmt

$$\begin{aligned} x_s &= p_2 + \frac{d}{b} \cdot (p_1 - p_2) \\ x_e &= p_2 + \frac{d}{c} \cdot (p_3 - p_2). \end{aligned} \quad (4.4)$$

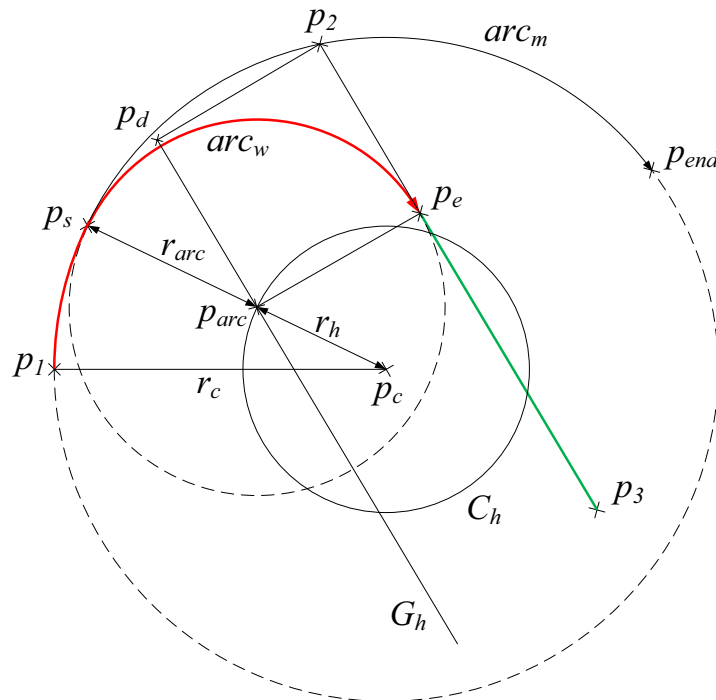
Die Bestimmung der Mittelpunktposition x_{arc} erfolgt durch die Berechnung des Schnittpunkts der Geraden, die durch x_s läuft und senkrecht zum Streckenabschnitt p_1p_2 steht, mit der Geraden, die durch x_e läuft und senkrecht zum Streckenabschnitt p_2p_3 steht. Die Festlegung der Drehrichtung $arcDir$ erfolgt durch die Auswertung der Winkel β und λ , die den Anstieg der Geraden beschreiben, die durch p_1p_2 bzw. p_2p_3 laufen, nach den folgenden Beziehungen

$$\begin{aligned} \beta &= \arctan \left(\frac{y_{p_2} - y_{p_1}}{x_{p_2} - x_{p_1}} \right) \\ \lambda &= \arctan \left(\frac{y_{p_3} - y_{p_2}}{x_{p_3} - x_{p_2}} \right). \end{aligned} \quad (4.5)$$

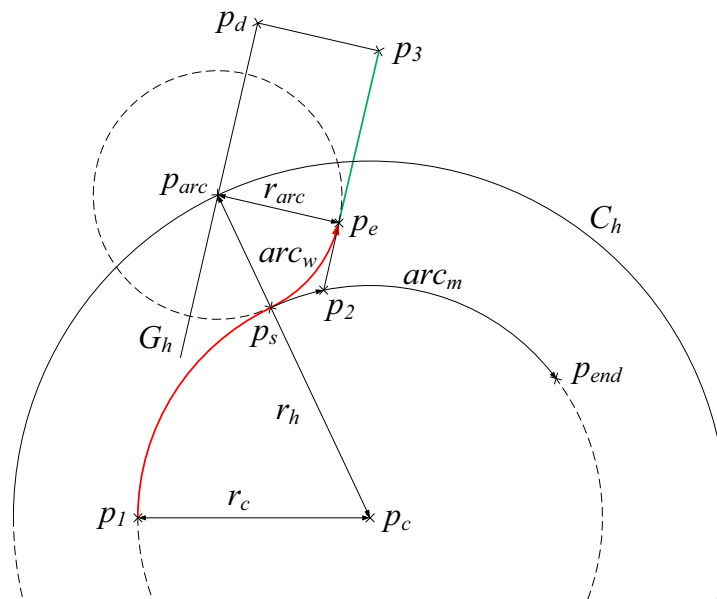
Dabei ist der Winkelwert von \arctan in das Intervall $[0, 2\pi]$ zu transformieren.

$$arcDir = \begin{cases} 1 \text{ (gegen Uhrzeigersinn)} & \text{wenn } |\beta - \lambda - \alpha| = 0 \\ & \text{bzw. } |(|\beta - \lambda - \alpha|) - 2\pi| = 0 \\ 0 \text{ (mit Uhrzeigersinn)} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.6)$$

4.3.3. Kreisbogenmanöver – Streckenmanöver



(a) Streckenabschnitt innerhalb des Kreisbogens



(b) Streckenabschnitt außerhalb des Kreisbogens

Abbildung 4.3.: Festlegung eines Kreisbogens zwischen einem Kreisbogen und einem Streckenabschnitt

Abbildung 4.3(a) bzw. 4.3(b) zeigt ein Kreisbogenmanöver arc_m , auf dem der Startpunkt der Umplanung (p_2) liegt, und einen Streckenabschnitt, die durch die Wegpunktpositionen p_1 , p_2 und p_3 , den Kreisbogenmittelpunkt p_c und die Drehrichtung dir_m beschrieben werden. Da-

zwischen soll ein Kreisbogenelement so platziert werden, dass ein stetiger Richtungswechsel beim Einfahren in das Streckenelement entsteht. Zunächst wird die Drehrichtung dir_w des einzufügenden Kreisbogens arc_w in Analogie zum Abschnitt 4.3.2 bestimmt. Das ist die gleiche Drehrichtung, wenn ein Kreisbogenelement zwischen den Wegpunkten p_1 , p_2 und p_3 eingefügt wird. Anhand der Drehrichtungen von arc_m und arc_w wird erfasst, ob die Strecke von arc_m in Richtung innen (Abbildung 4.3(a), $dir_m = dir_w$) oder in Richtung außen (Abbildung 4.3(b), $dir_m \neq dir_w$) weggeführt. Für den Wert des Radius r_{arc} wird der Wert des minimalen Wenderadius des FFZ (r_{FFZ}) gewählt. Anschließend wird der Punkt p_2 in Richtung p_1 um die Länge des Radius r_{arc} verschoben. Die Verschiebung ergibt den Punkt p_d und erfolgt unter Verwendung der folgenden Beziehungen

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \{ \text{Anstieg der Geraden durch } p_2 p_3 \} \\ \vec{n} &= \begin{pmatrix} -m \\ 1 \end{pmatrix} \{ \text{Normalen der Geraden durch } p_2 p_3 \} \\ \vec{n}_r &= r_{arc} \cdot \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}} \cdot \vec{n} \{ \text{Normierung von } \vec{n} \text{ auf } r_{arc} \} \\ p_{d1,2} &= p_2 \pm \vec{n}_r. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Derjenige Punkt ist der gesuchte p_d , welcher zwischen p_1 und p_2 liegt. Dies geschieht durch die Berechnung der Winkelwerte $\varphi = \angle p_1 p_c p_2$, $\alpha_1 = \angle p_1 p_c p_{d1}$ und $\alpha_2 = \angle p_1 p_c p_{d2}$. Die Bestimmung des Winkelwerts φ unter Beachtung der Drehrichtung dir_m ereignet sich wie folgt

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \arctan \left(\frac{y_1 - y_c}{x_1 - x_c} \right) \{ \text{ist in das Intervall } [0, 2\pi] \text{ zu transformieren} \} \\ \varphi_2 &= \arctan \left(\frac{y_2 - y_c}{x_2 - x_c} \right) \{ \text{ist in das Intervall } [0, 2\pi] \text{ zu transformieren} \}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

unter Verwendung des Algorithmus in Abbildung 4.4.

In Analogie zur Bestimmung von φ lassen sich α_1 und α_2 ermitteln. Somit ergibt sich p_d zu

$$p_d = \begin{cases} p_{d1} & \text{wenn } \alpha_1 < \varphi \\ p_{d2} & \text{wenn } \alpha_2 < \varphi \\ \emptyset & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.9)$$

$p_d = \emptyset$ kommt vor, wenn der Wenderadius $r_{arc} = r_{FFZ}$ so groß ist, dass p_d nicht zwischen p_1 und p_2 liegen kann. In diesem Fall kann das Kreisbogenelement arc_w nicht eingefügt und ein anderer Weg bzw. Startpunkt soll gesucht werden (siehe Abschnitt 4.8.3).


```

if  $dir_m = 1$  (gegen Uhrzeigersinn) then
  while  $\varphi_2 \leq \varphi_1$  do
     $\varphi_2 := \varphi_2 + 2\pi$ 
  end while
else
  while  $\varphi_1 \leq \varphi_2$  do
     $\varphi_1 := \varphi_1 + 2\pi$ 
  end while
end if
 $\varphi := |\varphi_1 - \varphi_2|$ 

```

Abbildung 4.4.: Winkelbestimmung an einem Kreisbogen unter Beachtung der Drehrichtung

Der Mittelpunkt p_{arc} liegt auf dem Kreis C_h mit dem Mittelpunkt p_c und dem Radius r_h

$$r_h = \begin{cases} r_c - r_{arc} & \text{wenn } dir_m = dir_w \\ r_c + r_{arc} & \text{wenn } dir_m \neq dir_w. \end{cases} \quad (4.10)$$

p_{arc} liegt aber auch auf der Geraden G_h , die durch p_d läuft und den Anstieg m hat. Das ergibt, dass p_{arc} der Schnittpunkt von C_h und G_h ist, der näher zu p_2 ist. Haben C_h und G_h keine reellen Schnittpunkte, ist das Kreisbogenelement arc_w nicht einfügbar. Dies liegt wieder an einem zu großen Wenderadius $r_{arc} = r_{FFZ}$ und ein anderer Weg bzw. Startpunkt soll gesucht werden.

Die Bestimmung der Startposition p_s geschieht durch die Verschiebung von p_c in Richtung p_{arc} wie folgt

$$p_s = p_c + t \cdot (p_{arc} - p_c)$$

$$t = \begin{cases} 1 + \frac{r_{arc}}{r_h} & \text{wenn } dir_m = dir_w \\ \frac{r_c}{r_h} & \text{wenn } dir_m \neq dir_w. \end{cases} \quad (4.11)$$

Damit das Kreisbogenelement arc_w auf dem Kreisbogenmanöver arc_m begonnen werden kann, soll p_s zwischen p_1 und p_2 liegen, was durch die Überprüfung der euklidischen Distanz zwischen p_2 und p_1 , und p_2 und p_s erfolgt. Ist $\overline{p_2 p_s} < \overline{p_2 p_1}$, liegt p_s auf arc_m , sonst liegt p_s außerhalb arc_m und das Einfügen von arc_w ist nicht möglich und ein anderer Weg bzw. Startpunkt soll gesucht werden.

Die Endposition p_e ist der Schnittpunkt der Geraden, die durch p_{arc} läuft und den Anstieg $\frac{-1}{m}$ hat, und der Geraden, die durch p_2 läuft und den Anstieg m hat. Damit das Kreisbogenelement arc_w auf dem Streckenabschnitt $p_2 p_3$ abgeschlossen werden kann, soll p_e zwischen p_2 und p_3 liegen, was durch die Überprüfung der euklidischen Distanz zwischen p_2 und p_3 , und p_2 und p_e erfolgt. Ist $\overline{p_2 p_e} < \overline{p_2 p_3}$, liegt p_e auf $p_2 p_3$, sonst liegt p_e außerhalb $p_2 p_3$ und das Einfügen von arc_w ist nicht möglich und ein anderer Weg bzw. Startpunkt soll gesucht werden.

Die Bestimmung eines Kreisbogenelements, wenn der Zielpunkt auf einem Kreisbogenmanöver liegt, erfolgt in Analogie zur Bestimmung eines Kreisbogenelements, wenn der Startpunkt auf einem Kreisbogenmanöver liegt.

4.4. Vorstellung des Konzepts zur Wegeplanung

In diesem Abschnitt sollen die zu lösenden Aufgaben der Wegeplanung im Überblick vorgestellt werden. Eine Übersicht über die Schritte zur Erzeugung eines Manöverplans ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Zunächst erfolgt die Berechnung der Kollisionenpunkte mit den um den Sicherheitsabstand (d_{sec}) vergrößerten Hindernissen, wie im Abschnitt 3.2 vorgestellt wurde. Danach werden die Hindernisse so vergrößert, dass ein Weg für das virtuelle Führungsfahrzeug (FFZ) ermittelt werden kann, ohne mit den realen Hindernissen zu kollidieren (siehe Abschnitt 3.3). Im folgenden Schritt erfolgt die Erzeugung des Sichtbarkeitsgraphen, die Start- und Zielpunktgenerierung und die Ermittlung des kürzesten Wegs. Daraus wird ein Missionsplan für das Führungsfahrzeug erzeugt und aus diesem dann die Missionspläne aller Fahrzeuge.

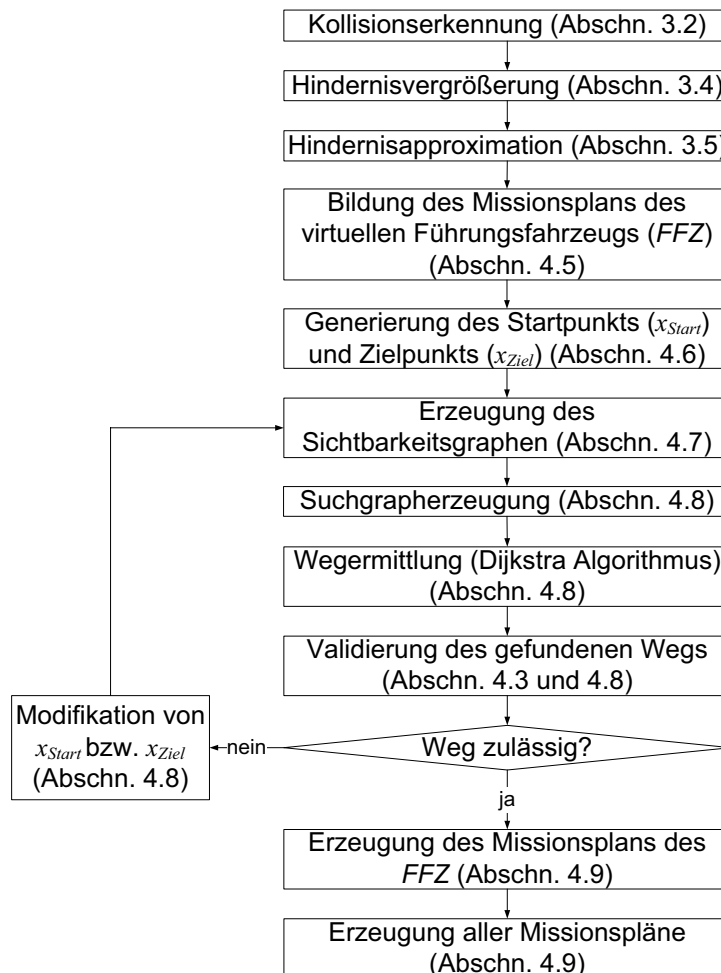


Abbildung 4.5.: Übersicht über die Schritte zur Erzeugung des Missionsplans

4.5. Bildung des Missionsplans des *FFZ*

Aufgrund der Bedingung zur Formationstreue ist die Kenntnis des Missionsplans eines Fahrzeugs und die Startpositionen der anderen Fahrzeuge ausreichend, um den gesamten Missionsplan zu bilden. Demzufolge kann der Missionsplan des in der Mitte der Formation hinten positionierten *FFZ* ausgehend von irgendeinem Missionsplan eines Teamfahrzeugs (*TFZ*) hergeleitet werden. Dabei werden die Manöver des ausgewählten *TFZ* beginnend bei der Startposition des *FFZ* (x_{st}) sequentiell abgearbeitet und an die entsprechende Position des *FFZ* transformiert. Abbildung 4.6 zeigt die wichtigen Parameter dieser Transformation.

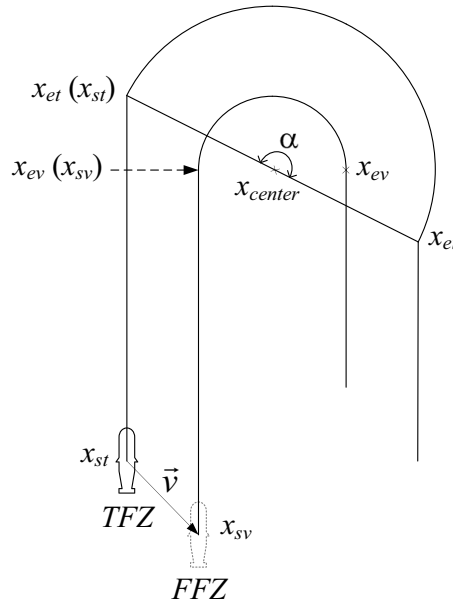


Abbildung 4.6.: Geometrische Parameter zur Bildung des Missionsplans des *FFZ*

Ein Manöver des *FFZ* hat denselben Typ des entsprechenden Manövers des *TFZ*. Der Startpunkt eines Manövers i ist der Endpunkt des Manövers $i - 1$ und sein Endpunkt ist der Startpunkt des Manövers $i + 1$. In Kreisbogenmanöver haben alle Fahrzeuge denselben Kreismittelpunkt (x_{center}) und dieselbe Drehrichtung (*arcDir*). Die Start- und Endpositionen der einzelnen Manöver sollen noch bestimmt werden. Ausgehend von x_{st} wird der Endpunkt des ersten Manövers berechnet, der gleichzeitig der Startpunkt des zweiten Manövers ist usw., so dass nur noch die Endpunkte zu bestimmen sind.

Bei einem Streckenmanöver, wird am Startpunkt der Vektor $\vec{v} = x_{st} - x_{sv}$ berechnet. Der Endpunkt ergibt sich zu $x_{ev} = x_{st} + \vec{v}$.

Bei einem Kreisbogenmanöver wird der Mittelpunktswinkel (α) zwischen x_{st} und x_{et} berechnet

und die Kreisbogenrichtung in α mit einbezogen wie folgt

$$\begin{aligned}
 \alpha_{start} &= \arctan \left(\frac{y_{st} - y_{center}}{x_{st} - x_{center}} \right) \\
 \alpha_{end} &= \arctan \left(\frac{y_{et} - y_{center}}{x_{et} - x_{center}} \right) \\
 \alpha &= \begin{cases} \alpha_{end} - \alpha_{start}, & \text{wenn } \alpha_{end} \geq \alpha_{start} \\ \alpha_{end} - \alpha_{start} + 2\pi, & \text{wenn } \alpha_{end} < \alpha_{start} \\ \alpha_{start} - \alpha_{end}, & \text{wenn } \alpha_{end} \geq \alpha_{start} \\ \alpha_{start} - \alpha_{end} + 2\pi, & \text{wenn } \alpha_{end} < \alpha_{start} \end{cases} \quad (4.12) \\
 \alpha &= \begin{cases} \alpha & \text{wenn } arcDir = 0 \text{ (mit Uhrzeigersinn),} \\ -\alpha & \text{wenn } arcDir = 1 \text{ (gegen Uhrzeigersinn).} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Dabei ist der Winkelwert von \arctan in das Intervall $[0, 2\pi]$ zu transformieren. Anschließend wird der Startpunkt x_{st} um den Kreismittelpunkt mit dem Rotationswinkel α unter Verwendung der Rotationsmatrix R_α rotiert. Zuerst wird dieser Punkt um den Kreismittelpunkt in den Koordinatenursprung verschoben, dort rotiert und anschließend zurückverschoben

$$\begin{aligned}
 R_\alpha &= \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} x_{ev} \\ y_{ev} \end{pmatrix} &= R_\alpha^T \cdot \begin{pmatrix} x_{sv} - x_{center} \\ y_{sv} - y_{center} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{center} \\ y_{center} \end{pmatrix}. \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

4.6. Start- und Zielpunktgenerierung

Die Start- und Zielpunktgenerierung berechnet während der Kollisionsvermeidung einen Startpunkt und einen Zielpunkt auf dem abzufahrenden Missionsplan des FFZ unter Verwendung seiner Basismanöver und der detektierten Objekte. Diese Punkte werden so berechnet, dass möglichst wenig Verluste an durchzuführenden Missionsaufgaben infolge nicht befahrener Manöverelemente entstehen und die Fahrzeuge kollisionsfrei den Missionsplan verlassen und wieder darauf einfahren können.

Die Startpunktgenerierung besteht aus zwei Schritten. Im ersten Schritt wird ein Kreis um den ermittelten Beginnkollisionspunkt (wo die Umplanung starten soll) mit dem Sicherheitsabstand (d_{sec}) als Radius definiert, der eine verbotene Zone beschreibt, in der der Missionsplan nicht verlassen werden darf. Anschließend werden die Kollisionspositionen der Manöverliste des FFZ mit dem definierten Kreis, der dabei als Objekt behandelt wird, berechnet. Der Beginnkollisionspunkt unter den so berechneten Kollisionspunkten entspricht dem Startpunkt x_{Start} .

Im zweiten Schritt wird überprüft, ob x_{Start} im Umkreis vom Sicherheitsabstand kein Hindernis hat und ob der Startpunkt nicht in einem Polygon eines Hindernisses liegt. Dafür wird ein Kreis um x_{Start} mit dem Radius d_{sec} definiert und überprüft, ob dieser Kreis mit einem Hindernis kollidiert. Kollidiert dieser Kreis mit einem Hindernis oder liegt der Startpunkt in einem Polygon, wird ab dem ersten Schritt mit x_{Start} als Beginnkollisionspunkt wiederholt. Der Kreisradius wird ab dem zweiten Schritt in der zweiten Wiederholung geringfügig kleiner gewählt, um den Berührungspunkt mit dem Kollisionsobjekt nicht als Kollisionspunkt einzustufen. Dieser iterative Prozess mit der Überprüfung des Sicherheitsabstands und gegebenenfalls einer Startpunktverschiebung wird solange durchgeführt, bis der vorgegebene Sicherheitsabstand zu den Objekten eingehalten wird. Die zur Berechnung der Kollisionssituationen verwendeten Algorithmen entsprechen denen der Kollisionserkennung im Abschnitt 3.2.

Die Zielpunktgenerierung erfolgt in Analogie zur Startpunktgenerierung.

4.7. Erzeugen eines Sichtbarkeitsgraphen

Die Knoten des Sichtbarkeitsgraphen bestehen aus den Hindernisecken und den Start- und Zielpunkten. Da die verwendete Objektform der Ellipse keine Eckpunkte enthält, werden in einer ersten Phase diese Objekte in eine Polygonform überführt, wie im Abschnitt 3.5 dargelegt wurde. Zusätzlich sollen noch Punkte, die innerhalb der Hindernisse liegen, eliminiert werden. Dazu wird jeder Punkt in jeder Ellipsengleichung

$$a_{Ellipse}x^2 + b_{Ellipse}xy + c_{Ellipse}y^2 + d_{Ellipse}x + e_{Ellipse}y + f_{Ellipse} = 0 \quad (4.14)$$

eingesetzt. Ergibt sie eine Zahl kleiner bzw. gleich 0, liegt der Punkt innerhalb bzw. auf der Ellipse und wird eliminiert.

Nach dem Einfügen aller Knoten in den Graphen müssen ihre möglichen Verbindungen untereinander ermittelt und als Kanten in den Graphen eingetragen werden. Eine Verbindung zwischen zwei Knoten ist vorhanden, wenn die Strecke zwischen den beiden Knoten kein Hindernis schneidet. So wird für jede mögliche Verbindung eine Kollisionsüberprüfung mit allen Objekten des Operationsgebietes durchgeführt. Wird eine Kollisionssituation erkannt, wird der Test abgebrochen und das Kantengewicht auf ∞ gesetzt. Ein vollständiger Graph $G = (V, E)$, der aus $|V| = n$ Knoten besteht, besitzt

$$|E| = m = \frac{n(n-1)}{2}. \quad (4.15)$$

Kanten. So ist m die Anzahl der im schlechtesten Fall durchzuführenden Kollisionstests. Die Anzahl dieser Tests steigt dabei quadratisch zur Knotenanzahl des Graphen. Dies führt zu ei-

nem erheblichen Rechenaufwand, wenn viele Objekte im Operationsgebiet liegen. Des Weiteren steigt mit der Anzahl der in den Graphen eingetragenen Kanten dessen benötigter Speicherplatz sowie die Rechenzeit bei der Suche nach dem kürzesten Weg. Aus diesem Grund soll beim praktischen Einsatz das Verfahren des sektorisierten Sichtbarkeitsgraphen verwendet werden. In [EIC07] wurde beim sektorisierten Sichtbarkeitsgraphen das Operationsgebiet in einzelne, gleichgroße Sektoren unterteilt, um die Anzahl der Sichtüberprüfungen und die Größe des Graphen zu senken. Bei den Sichtüberprüfungen werden nur die Strecken, welche innerhalb eines Sektors oder zweier benachbarter Sektoren liegen, auf Schnitt mit den Objekten in diesen Sektoren überprüft. Diese Vorgehensweise spart erheblichen Rechenaufwand und senkt den Datenumfang des Graphen gegenüber einem ungeteilten Sichtbarkeitsgraphen. Dieses Verfahren wurde in [JAC04] untersucht und seine Leistungsfähigkeit nachgewiesen.

Bei der Erstellung des Graphen muss für jede ermittelte Kante ihr Kostenwert bestimmt werden, der in dieser Arbeit als die euklidische Distanz zwischen den beiden Knoten einer Kante gewählt wurde.

4.8. Pfadsuche

4.8.1. Suchalgorithmus

Bei der Umplanung des Missionsplans entstehen Verluste an durchzuführenden Missionsaufgaben, deswegen ist es wünschenswert, den Weg zwischen dem Start- und Zielpunkt so kurz wie möglich zu halten. Für die Suche nach dem kürzesten Weg wird der von Dijkstra entwickelte Algorithmus genutzt, der eine Gesamtlaufzeit von $\mathcal{O}(m + n \log n)$ hat und sowie auf gerichtete Graphen als auch auf ungerichtete Graphen anwendbar ist. Dabei muss angenommen werden, dass der Zielknoten (t) von dem Startknoten (s) aus erreichbar ist. Im Allgemeinen ist der Dijkstra Algorithmus in der Lage, den Kürzeste-Wege-Baum von s zu allen anderen Knoten zu ermitteln, d.h. einen Baum mit Wurzel s , in dem kürzeste Pfade von s zu allen anderen Knoten enthalten sind. Ein Baum bezeichnet in der Graphentheorie einen zusammenhängenden Graphen, der keine Kreise enthält. So ist sichergestellt, dass der durch den Dijkstra Algorithmus gefundene Weg zusammenhängend ist und die Fahrzeuge nicht in Kreise führt.

Für die Wegsuche wird der ungerichtete Sichtbarkeitsgraph eingesetzt, der den Start- und Zielpunkt und die Polygonstützstellen der Ellipsen als Knoten und alle Sichtverbindungen zwischen diesen Knoten als Kanten enthält. Die Position und Anzahl der Polygonstützstellen ist von den Ellipsenparametern (Ellipsengröße) und den Manövrierfähigkeiten der Teamfahrzeuge abhängig, so dass das Team unter Verwendung dieser Stützstellen als Wegpunkte theoretisch um ein elliptisches Hindernis sicher drumherum fahren kann. Ein vom Dijkstra Algorithmus ermittelter Weg ist der kürzeste für das FFZ , von dem der Teammissionsplan abgeleitet

werden muss, der aber die Manövrierfähigkeiten der einzelnen Fahrzeuge (abgebildet auf das FFZ) in Form von minimaler Manöverlänge (l_{min}) und minimalem Wenderadius (r_{min}) nicht berücksichtigt. Von einem Unterwasserfahrzeug nichtausführbare Manöver können durch die Verwendung mancher Kanten im Graphen entstehen, die entweder zu kurz sind oder wenn der Winkelwert zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kanten so klein ist, dass ein Wenden mit r_{min} unmöglich wird. Solche Kanten können in den Verbindungen der Knoten verschiedener Ellipsen oder in der Verbindung von s zum nächsten Knoten bzw. vom vorletzten Knoten auf dem Weg zu t auftreten. Ein Beispiel einer solchen Situation ist in Abbildung 4.7 dargestellt, wo der neue Weg zwischen drei Hindernissen entlangführt. Der nichtausführbare Teil des Missionsplans ist durch den Kreis markiert, wo das Fahrzeug anhalten, auf einem Kreisbogenmanöver rückwärtsfahren und anschließend auf der Strecke weiterfahren muss.

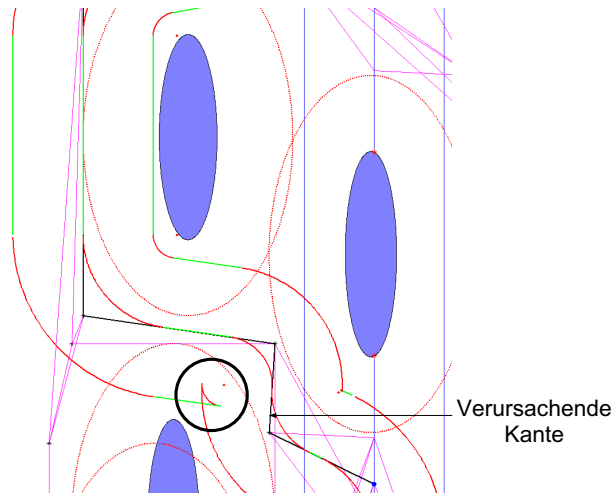


Abbildung 4.7.: Nichtausführbares Manöver

Um solche Situationen zu vermeiden, wurde in dieser Arbeit ein neuer Entwurf für den Suchgraphen konzipiert, der im folgenden Abschnitt dargelegt wird.

4.8.2. Entwurf des Suchgraphen

Nichtausführbare Manöver entstehen durch zu kurze Kanten oder wenn der Winkelwert zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kanten so klein ist, dass ein Kreisbogenmanöver mit dem minimalen Wenderadius des FFZ (r_{FFZ}) zwischen den beiden Kanten nicht eingefügt werden kann, was mathematisch überprüft werden kann. Dies wird mit Hilfe der Zeichnung in Abbildung 4.8 verdeutlicht.

Im Folgenden wird $\overline{p_1p_3} = a$, $\overline{p_1p_2} = b$ und $\overline{p_2p_3} = c$ bezeichnet. Um ein Kreisbogen mit dem Mindestradius r_{FFZ} zwischen den Wegpunkten p_1 , p_2 und p_3 einfügen zu können, wird von der Kante p_1p_2 höchstens die Länge $\frac{b}{2}$ und von der Kante p_2p_3 höchstens die Länge $\frac{c}{2}$ genutzt, und in Analogie zwischen den Wegpunkten p_2 , p_3 und p_4 . So ist sichergestellt, dass

die beiden Kreisbögen sich nicht überlappen und es im schlechtesten Fall kein Streckenabschnitt dazwischen gibt, was keine Probleme verursacht, da der Richtungswechsel von dem ersten Kreisbogen auf den zweiten stetig ist, weil die Kreise der Kreisbögen sich berühren aber nicht schneiden.

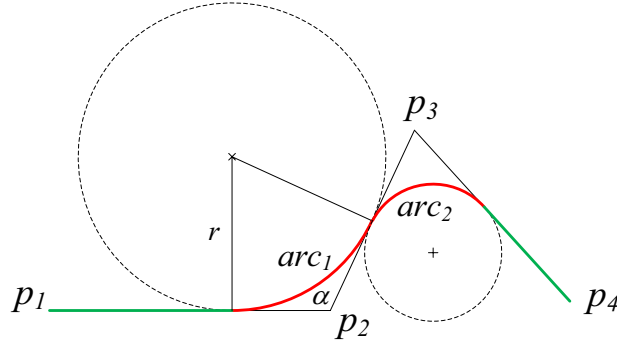


Abbildung 4.8.: Überprüfung der Kanten

Somit kann die Bedingung für die Kantenlänge beim Einfügen von arc_1 mit

$$\min(b, c) \geq 2 \cdot \frac{r_{FFZ}}{\tan \frac{\alpha}{2}}. \quad (4.16)$$

beschrieben werden und in Analogie für arc_2 . Der Winkelwert α bestimmt sich unter Verwendung des Kosinussatzes in dem von den Wegpunkten p_1 , p_2 und p_3 aufgespannte Dreieck mit den Seitenlängen a , b und c

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ \alpha &= \arccos \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Ist die Bedingung in Gleichung 4.16 nicht erfüllt, kommt es zu einer Situation wie in Abbildung 4.7 dargestellt ist. Damit dies verhindert werden kann, wird der Suchgraph durch die Berücksichtigung des zuletzt besuchten Knotens und der erreichbaren Knoten von dem aktuellen Knoten modifiziert.

Sei G ein ungerichteter Sichtbarkeitsgraph mit Knotenmenge $V(G) = \{1, \dots, m\}$, Kantenmenge $E(G) \subseteq \{(u, v) | u, v \in V(G), u \neq v\}$, Kantengewichte $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}^+$ und der ausgezeichneten Knoten $s, t \in V(G)$ mit s Startknoten und t Zielknoten. Weiterhin sei G' ein gerichteter Graph mit Knotenmenge $V(G')$, Kantenmenge $E(G')$, Kantengewichte $c : E(G') \rightarrow \mathbb{R}^+$ und der ausgezeichneten Knoten $s, t \in V(G')$. G' ist der von G modifizierte Graph mit

$$V(G') = \{s, t\} \cup \{v^{e_i} | v \in V(G) \setminus \{s, t\}, e_i \in E(G), e_i \text{ inzident zu } v\} \quad (4.18)$$

und

$$E(G') = \{(v_h^{e_i}, v_k^{e_j}) | v_h, v_k \in V(G), e_j = (v_h, v_k) \in E(G), v_h \neq v_k, \text{ wurde } v_h \text{ durch } e_i \text{ betreten, darf es durch } e_j \text{ verlassen werden}\}. \quad (4.19)$$

Jeder Knoten $v \in V(G)$ wird $g(v)$ -mal in G' kopiert, wobei $g(v)$ der Grad des Knotens v ist. Von s und t wird keine Kopien erstellt, weil s über alle zu s inzidenten Kanten verlassen werden darf und t über alle zu t inzidenten Kanten erreicht werden darf. Der kürzeste Weg kann in G' ermittelt und anschließend auf G abgebildet werden. Der Graph G' enthält nur die zulässigen Wege in G , d.h. die Wege, die die Bedingung in Gleichung 4.16 erfüllen, falls ein solcher Weg in G existiert. Allerdings kann es vorkommen, dass ein Weg in G' einen oder mehrere Kreise (Zyklen) enthält, wenn dadurch der Eintrittswinkel (die Bedingung) verbessert werden kann. Um das Verfahren zur Modifizierung des Graphen zu verdeutlichen, wird zunächst der ungerichtete Graph G mit Knotenmenge $V(G) = \{s, v_1, v_2, v_3, v_4, t\}$ und gewichteten Kanten $E(G)$ in Abbildung 4.9(a) betrachtet, der einem üblichen ungerichteten Sichtbarkeitsgraphen entspricht.

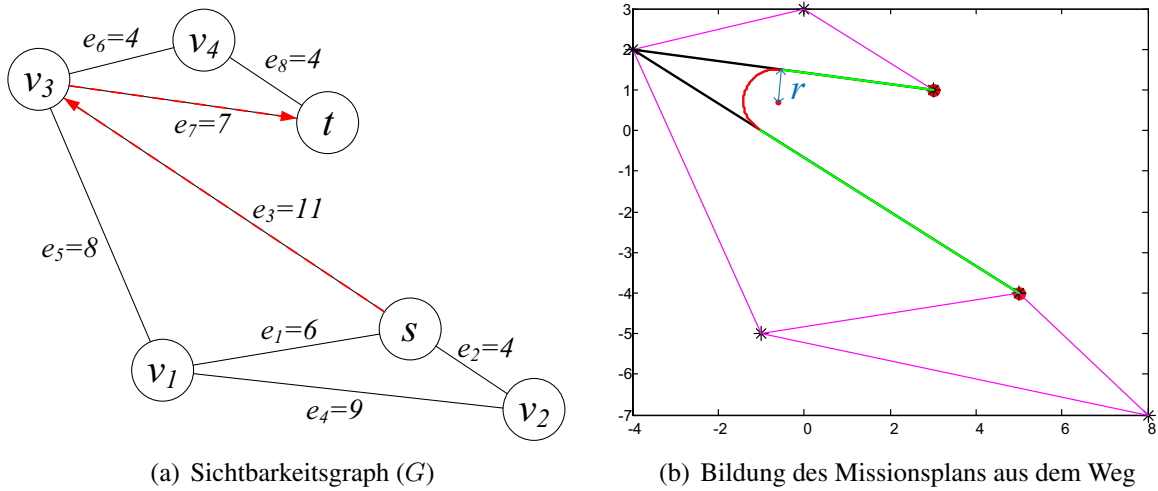


Abbildung 4.9.: Ungerichteter Sichtbarkeitsgraph mit dem kürzesten Weg von s nach t

Die Suche nach dem kürzesten Weg in G mit Dijkstra Algorithmus gibt den markierten Weg e_3, e_7 aus.

Sei ein Fahrzeugteam mit Formationsbreite $fb = 2$ und Formationslänge $fl = 1$, wobei der minimale Wenderadius aller Fahrzeuge $r_{min} = 0,5$ und die minimale Manöverlänge $l_{min} = 1$ beträgt. Daraus ergibt sich der minimale Wenderadius des FFZ zu

$$r_{FFZ} = \max\left(\frac{fb}{2}, fl\right) + r_{min} = 1,5. \quad (4.20)$$

Unter den Bedingungen des FFZ ist der markierte Weg nicht zulässig, da ein Kreisbogen-

manöver am Knoten v_3 maximal mit dem Radius $r = 0,802$ eingefügt werden kann (siehe Abbildung 4.9(b)). Der Graph G muss entsprechend den Gleichungen 4.18 und 4.19 in G' modifiziert werden, wobei jeder Knoten $v \in V(G)$ außer dem Start- und Zielknoten (s und t) in so viele Knoten kopiert wird, wie die Anzahl der zu ihm inzidenten Kanten. Dabei wird jede Knotenkopie mit der entsprechenden Kante verbunden, aus der der reale Knoten betreten wurde. Auf diese Weise wird die Information „aus welchem Knoten wurde der aktuelle Knoten betreten“ in den Kopien des aktuellen Knotens gespeichert. Abhängig von den eingehenden Kanten in eine Knotenkopie werden ausgehende Kanten in den Graphen G' genau dann eingetragen, wenn die Bedingung aus Gleichung 4.16 erfüllt ist. Damit ergibt sich der gerichtete Graph G' in Abbildung 4.10(a), der nur zulässige Wege enthält, wobei die Suche nach dem kürzesten Weg den markierten Weg zurückgibt. Dabei steht die Knotenbezeichnung v_{ij} dafür, dass dieser Knoten eine Kopie des Knotens v_i und der letzte Knoten (aus dem v_i betreten wurde) v_j ist. Abbildung 4.10(b) zeigt den Missionsplan, der aus dem kürzesten zulässigen Weg erzeugt wird.

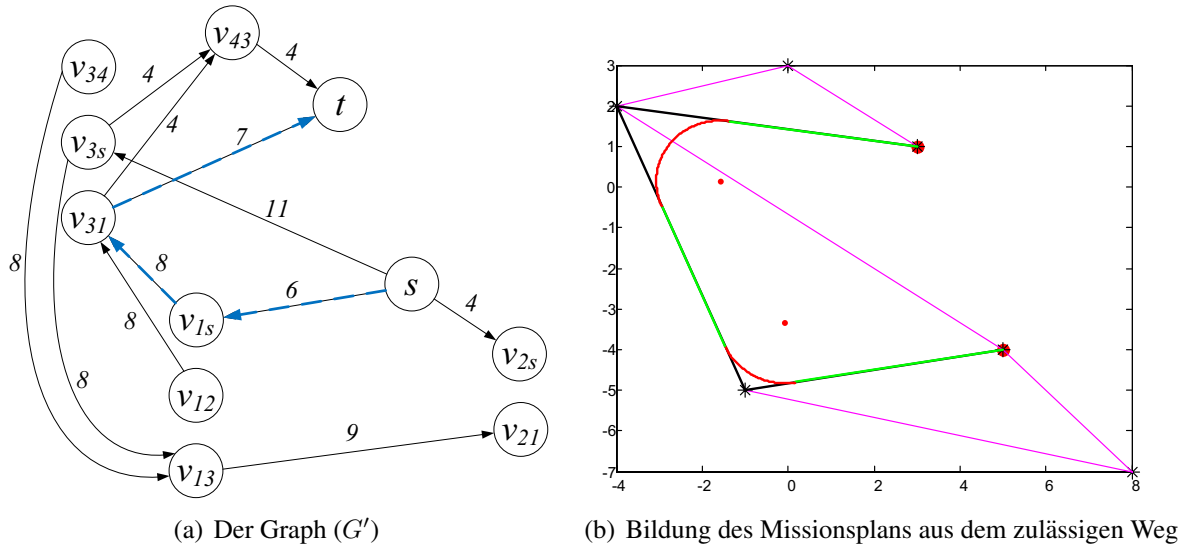


Abbildung 4.10.: Der gerichtete Graph mit dem kürzesten zulässigen Weg von s nach t

Der Weg e_1, e_5 in G wird betrachtet (siehe Abbildung 4.9(a)). Dieser Weg ist für das FFZ zulässig. Infolge dessen existiert der gerichtete Weg $(s, v_{1s}), (v_{1s}, v_{3l})$ in G' (siehe Abbildung 4.10(a)). Dagegen ist der Weg e_3, e_7 in G nicht zulässig, deswegen existiert in G' tatsächlich keine direkte Verbindung von v_{3s} zu t , da es für das FFZ unmöglich ist, sich von v_3 in Richtung t zu bewegen, wenn es davor in s war.

Abbildung 4.11 zeigt die gleiche Situation wie in Abbildung 4.7 gezeigt wurde, diesmal aber mit einem ausführbaren Missionsplan, der durch die Verwendung des modifizierten Graphen zustande kommt.

Abbildung 4.12 zeigt ein Beispiel, in dem der kürzeste zulässige Weg zwischen s und t einen Kreis (Zyklus) enthält, weil dadurch der Eintrittswinkel in den Knoten v verbessert wird. Dies kommt vorwiegend vor, wenn der Zielpunkt hinter dem Startpunkt in Fahrtrichtung liegt.

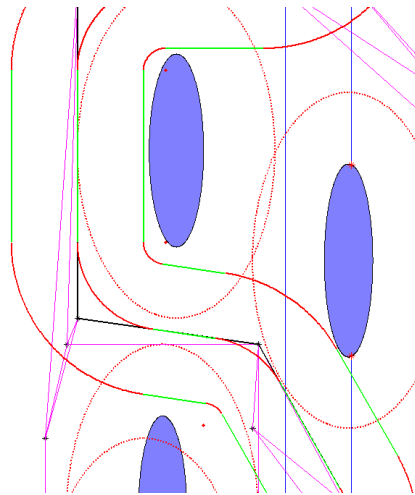


Abbildung 4.11.: Ausführbarer Missionsplan mit Hilfe des modifizierten Graphen

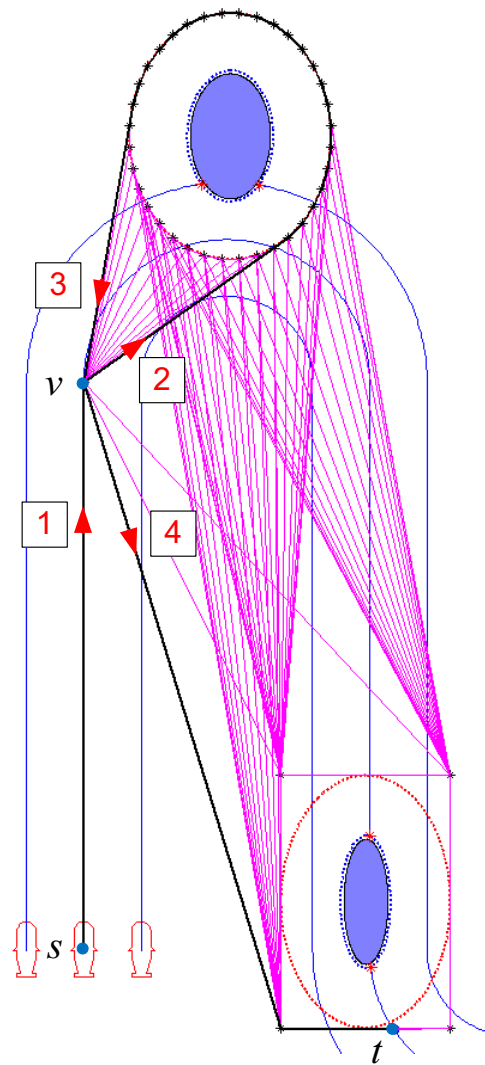


Abbildung 4.12.: Ein kürzester zulässiger Weg mit Kreis

Der modifizierte Graph wird eingesetzt, um einen kürzesten zulässigen Weg zwischen dem Startpunkt des Manövers, auf dem der Startpunkt sich befindet (x_{man_s}), und dem Endpunkt des Manövers auf dem der Zielpunkt sich befindet (x_{man_e}), zu finden, wenn es sich beim Startpunktmanöver bzw. Zielpunktmanöver um ein Streckenmanöver ($type_i = 0$) handelt, weil die Bedingung aus Gleichung 4.16 zur Modifizierung des Graphen verwendet wird, die nur auf Streckenabschnitten überprüfbar ist. Sonst wenn es sich beim Startpunktmanöver bzw. Zielpunktmanöver um ein Kreisbogenmanöver handelt, wird ein Weg zwischen x_{man_s} bzw. x_{Start} und x_{man_e} bzw. x_{Ziel} gesucht, und das Verfahren aus Abschnitt 4.3.3 eingesetzt, um einen stetigen Weg zwischen einem Kreisbogenmanöver und Streckenabschnitt zu erhalten. Wird x_{man_s} bzw. x_{man_e} in die Wegsuche mit einbezogen, wird der entsprechende Knoten mit einer einzigen Kante mit dem Graphen verbunden sein, nämlich die Verbindung zu x_{Start} bzw. x_{Ziel} , was dazu führen kann, dass der Graph keinen zulässigen Weg enthält. In diesem Fall wird nach einem zulässigen Weg zwischen x_{Start} und x_{Ziel} gesucht und x_{Start} bzw. x_{Ziel} modifiziert. Existiert kein zulässiger Weg in dem modifizierten Graphen G' zwischen x_{Start} und x_{Ziel} , wird nach dem kürzesten Weg dazwischen im Graphen G gesucht und anschließend x_{Start} bzw. x_{Ziel} wie im folgenden Abschnitt modifiziert. Kommt es zur Modifizierung des Start- bzw. Zielpunkts, wird danach ein neuer Graph mit den modifizierten Punkten aufgebaut und nach einem zulässigen Weg gesucht. Dieser iterative Prozess mit der Modifikation des Start- bzw. Zielpunkts und die Suche nach einem zulässigen Weg wird solange durchgeführt, bis ein zulässiger Weg gefunden wird. Der Algorithmus in Abbildung 4.13 beschreibt den Einsatz des modifizierten Graphen.

```

if  $type_{start} = 0$  and  $type_{end} = 0$  then
     $path := dijkstra(G', x_{man_s}, x_{man_e})$ 
else if  $type_{start} = 0$  and  $type_{end} = 1$  then
     $path := dijkstra(G', x_{man_s}, x_{ziel})$ 
else if  $type_{start} = 1$  and  $type_{end} = 0$  then
     $path := dijkstra(G', x_{start}, x_{man_e})$ 
else if  $type_{start} = 1$  and  $type_{end} = 1$  then
     $path := dijkstra(G', x_{start}, x_{ziel})$ 
end if
if  $path = \emptyset$  then
     $path := dijkstra(G, x_{start}, x_{ziel})$  {Ohne die Bedingung zu beachten, um eine Ausgangs-
        situation zur Modifizierung des Wegs zu schaffen}
end if
    
```

Abbildung 4.13.: Einsatzfälle des modifizierten Graphen

4.8.3. Modifikation des Start- und Zielpunkts

Der Startpunkt (x_{Start}) und Zielpunkt (x_{Ziel}) der Umplanung liegen jeweils auf einem Manöver des FFZ . Der Weg von x_{Start} nach x_{Ziel} enthält eine erste Startkante e_s , die von x_{Start} wegführt, und eine letzte Zielkante e_t , die zu x_{Ziel} hinführt. Um einen stetigen Weg zwischen dem Manöver, auf dem x_{Start} liegt, und der Kante e_s zu bekommen, wird ein Kreisbogenelement (arc_s) zwischen diesen eingefügt. arc_s wird zwischen den Wegpunkten p_1 (Startpunkt des Startpunktmanövers), p_2 (x_{Start}) und p_3 (der Knoten, zu dem e_s hinführt) so platziert, dass er im von den Wegpunkten aufgespannten Dreieck mit den Seitenlängen a , b und c mindestens die folgenden Bedingungen erfüllt (siehe Abbildung 4.14)

$$b \geq l_{min} + \frac{r_{FFZ}}{\tan \frac{\alpha}{2}} \quad (4.21)$$

$$c \geq \frac{2 \cdot r_{FFZ}}{\tan \frac{\alpha}{2}}. \quad (4.22)$$

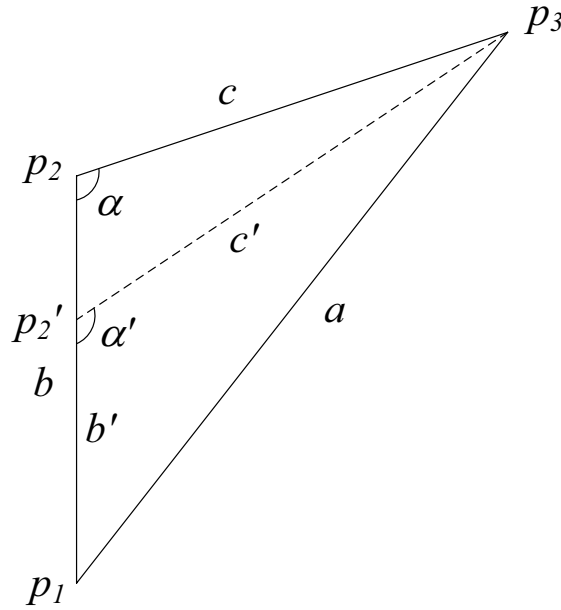


Abbildung 4.14.: Modifikation des Startpunkts

Die Bedingung aus Gleichung 4.21 beschreibt, dass nach p_1 erst ein Streckenmanöver mit mindestens der minimalen Manöverlänge (l_{min}) und zwischen den Wegpunkten p_1, p_2 und p_3 ein Kreisbogenmanöver mit dem Mindestradius des FFZ (r_{FFZ}) einzufügen sind. Die Bedingung aus Gleichung 4.22 beschreibt, dass zwischen den Wegpunkten p_1, p_2 und p_3 ein Kreisbogenmanöver mit dem Mindestradius des FFZ (r_{FFZ}) einzufügen ist, wobei aufgrund des nächsten Kreisbogens maximal die Hälfte der Kante $p_2 p_3$ genutzt werden darf. Diese Bedingungen sind zu erfüllen, wenn x_{Start} auf einem Streckenmanöver des FFZ liegt. Liegt x_{Start} auf einem Kreisbogenmanöver, wird ein Kreisbogenelement zwischen dem Kreisbogenmanöver und e_s

entsprechend den Ausführungen im Abschnitt 4.3.3 eingefügt. Falls solch ein Kreisbogenelement nicht einfügbar ist bzw. die Bedingung verletzt wird, wird der Startpunkt verschoben und ein neuer Weg gesucht.

Die Verschiebung des Startpunkts p_2 , wenn er auf einem Streckenmanöver mit dem Startpunkt p_1 liegt, erfolgt durch die Überprüfung der Bedingungen aus Gleichungen 4.21 und 4.22. Das Problem der Modifikation von p_2 kann als die Suche nach einem Dreieck mit den Punkten p_1 , p'_2 und p_3 und den Seitenlängen a , b' und c' formuliert werden, das die Bedingungen erfüllt, wobei p'_2 zwischen p_1 und p_2 liegt. Zunächst wird die Bedingung aus Gleichung 4.21 überprüft. Falls sie nicht erfüllt ist, wird durch die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems mit dem Unbekanntenvektor $x = (b', \alpha', c')$, das mit Hilfe des Kosinussatzes im Dreieck $p_1 p'_2 p_3$ bzw. $p'_2 p_2 p_3$ aufgestellt wird,

$$\begin{aligned} b' - l_{min} - \frac{r_{FFZ}}{\tan \frac{\alpha'}{2}} &= 0 \\ b'^2 + c'^2 - 2 \cdot b' \cdot c' \cdot \cos \alpha' - a^2 &= 0 \\ b'^2 - c'^2 - b' \cdot (2 \cdot b - 2 \cdot c \cdot \cos \alpha) + a^2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

ein b' ermittelt und p'_2 durch die Verschiebung des Punkts p_2 mit der Gleichung

$$p'_2 = p_2 + \left(\frac{b - b'}{b} \right) \cdot (p_1 - p_2) \quad (4.24)$$

bestimmt. Die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems aus Gleichung 4.23 erfolgt mit der MATLAB® -funktion [THE10] *fsolve* unter Verwendung des Startvektors $x_0 = (b, \alpha, c)$. Es kann sein, dass zwischen p'_2 und p_2 ein Punkt p''_2 existiert, der einen zulässigen Weg erlaubt. Dies kann vorkommen, wenn die Verlängerung einer Kante im Graphen Sicht zum Intervall $[p'_2, p_2]$ hat. Deswegen wird nach der Ermittlung von p'_2 überprüft, ob die Gerade, die durch zwei Knoten einer Kante im Graphen läuft, eine Sicht zum Intervall $[p'_2, p_2]$ hat, $p''_2 \in [p'_2, p_2]$ durch Schnittpunktberechnung zweier Geraden ermittelt und gegebenenfalls als der neue Startpunkt (x_{Start}) für die Wegsuche verwendet.

Die Überprüfung der Bedingung aus Gleichung 4.22 erfolgt in Analogie zur Überprüfung der Bedingung aus Gleichung 4.21. Durch die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} c' \cdot \tan \frac{\alpha'}{2} - 2 \cdot r_{FFZ} &= 0 \\ b'^2 + c'^2 - 2 \cdot b' \cdot c' \cdot \cos \alpha' - a^2 &= 0 \\ b'^2 - c'^2 - b' \cdot (2 \cdot b - 2 \cdot c \cdot \cos \alpha) + a^2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

wird ein b' ermittelt, p'_2 durch die Verschiebung des Punkts p_2 bestimmt, wie in Gleichung 4.24 angegeben ist, und anschließend überprüft, ob die Gerade, die durch zwei Knoten einer Kante

läuft, eine Sicht zum Intervall $[p'_2, p_2]$ hat und gegebenenfalls $p''_2 \in [p'_2, p_2]$ als der neue Startpunkt für die Wegsuche verwendet.

Falls $x_{Start}(p_2)$ auf einem Kreisbogenmanöver liegt und ein Kreisbogenelement zwischen dem Kreisbogenmanöver und der von p_2 wegführenden Kante nicht einfügbar ist, wird p_2 zunächst auf den Startpunkt des Kreisbogenmanövers (p'_2) verschoben, falls dieses nicht das aller erste Manöver im Missionsplan ist, sonst wird p_2 um den Sicherheitsabstand (d_{sec}) in Richtung des Startpunkts des Kreisbogenmanövers verschoben. Wie im Fall von Streckenmanöver kann es sein, dass zwischen p'_2 und p_2 ein Punkt p''_2 auf dem Kreisbogenmanöver liegt, der einen zulässigen Weg erlaubt, der das Einfügen des Kreisbogenelements gestattet. Dies kann vorkommen, wenn die Verlängerung einer Kante im Graphen Sicht zum Intervall $[p'_2, p_2]$ auf dem Kreisbogenmanöver hat. Deswegen wird nach der Ermittlung von p'_2 überprüft, ob die Gerade, die durch zwei Knoten einer Kante im Graphen läuft, eine Sicht zum Intervall $[p'_2, p_2]$ hat, $p''_2 \in [p'_2, p_2]$ durch Schnittpunktberechnung zwischen einer Geraden und einem Kreisbogen ermittelt und gegebenenfalls als der neue Startpunkt (x_{Start}) für die Wegsuche verwendet.

Die Modifikation des Zielpunkts erfolgt in Analogie zur Modifikation des Startpunkts. Wenn x_{Ziel} auf einem Streckenmanöver liegt, lauten die Bedingungen im von den Wegpunkten p_1 (der Knoten, von dem e_t wegführt), p_2 (x_{Ziel}) und p_3 (Endpunkt des Zielpunktmanövers) aufgespannten Dreieck mit den Seitenlängen a , b und c (siehe Abbildung 4.15)

$$c \geq l_{min} + \frac{r_{FFZ}}{\tan \frac{\alpha}{2}} \quad (4.26)$$

$$b \geq \frac{2 \cdot r_{FFZ}}{\tan \frac{\alpha}{2}}. \quad (4.27)$$

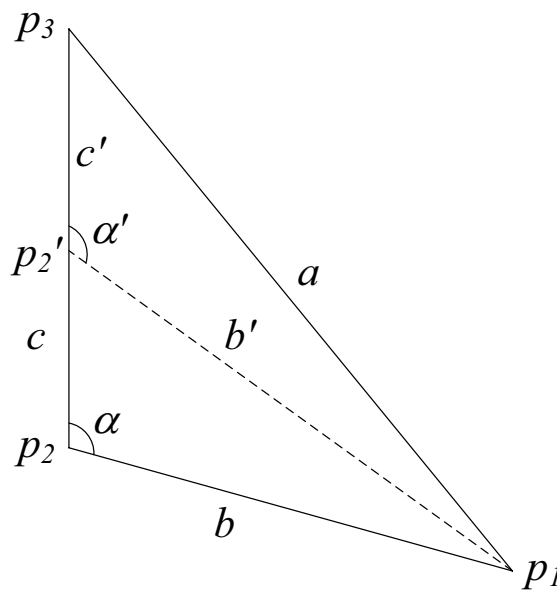


Abbildung 4.15.: Modifikation des Zielpunkts

4.9. Erzeugung der Missionspläne

4.9.1. Missionsplan des virtuellen Führungsfahrzeugs

Der vom Suchalgorithmus ermittelte Weg besteht aus einzelnen Wegpunkten, welche die abzufahrenden Streckenabschnitte beschreiben. Findet ein Richtungswechsel zwischen zwei Streckenabschnitten bzw. einem Kreisbogenmanöver und einem Streckenabschnitt (oder umgekehrt) am Knickpunkt (x_{Knick}) statt, kann ein Fahrzeug den neuen Vorgaben nur verzögert folgen. Um einen stetigen Verlauf beim Abfahren der einzelnen Wegpunkte zu erreichen, werden zwischen den einzelnen Streckenabschnitten Kreisbogenelemente eingefügt, die das Bewegungsverhalten des *FFZ* zum Einfahren auf das neue Streckenelement beschreiben sollen. So wird ein Missionsplan mit den im Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Basismanövern Strecke und Kreisbögen aufgebaut.

Der Weg beginnt beim Startpunkt des Manövers, auf dem sich der Startpunkt befindet (x_{man_s}) und endet beim Endpunkt des Manövers, auf dem sich der Zielpunkt befindet (x_{man_e}). Die Wegpunkte (x_{WP}) werden in der Reihenfolge des Abfahrens angeordnet:

$$(x_{WP_1}, x_{WP_2}, x_{WP_3}, \dots, x_{WP_{n-2}}, x_{WP_{n-1}}, x_{WP_n}) = (x_{man_s}, x_{Start}, \dots, x_{Ziel}, x_{man_e})$$

Das sind n Wegpunkte, $n - 1$ Wegabschnitte, davon maximal zwei Kreisbogenmanöver (Startpunktmanöver und Zielpunktmanöver), und $n - 2$ Knickpunkte. Tabelle 4.1 zeigt die Anzahl der Manöver eines aus n Wegpunkten aufgebauten Missionsplan in Abhängigkeit von der Lage des Start- und Zielpunkts.

Tabelle 4.1.: Anzahl der Manöver eines Missionsplans

Startpunktmanöver	Zielpunktmanöver	Strecken	Kreisbögen	Manöver insgesamt
$type = 0$	$type = 0$	$n - 1$	$n - 2$	$2n - 3$
$type = 1$	$type = 0$	$n - 2$	$n - 1$	$2n - 3$
$type = 0$	$type = 1$	$n - 2$	$n - 1$	$2n - 3$
$type = 1$	$type = 1$	$n - 3$	n	$2n - 3$

Mit dem Konzept zur Erstellung eines stetigen Wegs aus Abschnitt 4.3 wird der gesamte Weg abgearbeitet und ein Missionsplan aus einzelnen Strecken- und Kreisbogenmanövern aufgebaut.

4.9.2. Missionspläne der Verfolgungsfahrzeuge

Die Erzeugung des Missionsplans eines Verfolgungsfahrzeugs wird ausgehend vom Missionsplan des *FFZ* und dem Startpunkt des Missionsplans des Verfolgungsfahrzeugs (x_{st}) unter Beachtung der Formationstreue durchgeführt. Dabei werden die Manöver des *FFZ* beginnend beim x_{st} sequentiell abgearbeitet und an die entsprechende Position des Verfolgungsfahrzeugs

transformiert. Die Erzeugung des Missionsplans eines Verfolgungsfahrzeugs wird in Analogie zum Verfahren zur Bildung des Missionsplans des *FFZ* aus Abschnitt 4.5 durchgeführt, wobei dort der Missionsplan eines Fahrzeugs, aus dem der Missionsplan des *FFZ* gebildet wird, bekannt ist und hier umgekehrt.

4.10. Anforderungen an den Missionsplan für die Formationsfahrt

Damit eine Umplanung mit den Algorithmen zu Wegeplanung der Formationsfahrt ermöglicht wird, sollen die Hindernisse nicht beim Startpunkt des Missionsplans sowie nicht beim Endpunkt des Missionsplans liegen. Der minimale Abstand ($l_{obstacle}$) zwischen dem Startpunkt des Missionsplans des *FFZ* und dem ersten Hindernis, das mit dem Missionsplan kollidiert, bzw. zwischen dem Endpunkt des Missionsplans des *FFZ* und dem letzten Hindernis, das mit dem Missionsplan kollidiert, beträgt

$$l_{obstacle} \geq fl + l_{min} + \frac{fb}{2} + d_{sec}. \quad (4.28)$$

Die Begründung hierfür liegt darin, dass Hindernisse bei der Kollisionserkennung um d_{sec} und bei der Kollisionsvermeidung um $\max(\frac{fb}{2}, fl)$ vergrößert werden, die Fahrzeuge erstmals ein Manöver mit der minimalen Manöverlänge (l_{min}) fahren sollen und das Ganze soll vor dem vordersten Fahrzeug geschehen, deswegen noch plus die Formationslänge (fl). Weiterhin soll der minimale Abstand zwischen zwei unterschiedlichen Manövern des *FFZ*, wenn sie bei einander vorbeiführen, mindestens $2 \cdot r_{FFZ}$ betragen, um ein eventuelles Umplanen von dem einen auf das andere Manöver zu ermöglichen.

4.11. Zusammenfassung

Die Aufgabe der Wegeplanung besteht in der Generierung eines wegzulässigen Missionsplans für das virtuelle Führungsfahrzeug (*FFZ*) unter Einhaltung der Formationstreue. Zur Generierung des Missionsplans wurde ein graphenbasiertes Verfahren verwendet, das die Ermittlung eines zulässigen kürzesten Wegs ermöglicht. Für die Erstellung des geometrischen Graphen wurde der Sichtbarkeitsgraph angewendet, der modifiziert wird, um nur zulässige Wege des Graphen zu enthalten. Der modifizierte Graph ist gerichtet und berücksichtigt die hinführende Kante zum aktuellen Knoten und die möglichen wegführenden Kanten von dem aktuellen Knoten, so dass jeder hinführenden Kante zulässige wegführende Kanten zugeordnet werden. Für die Suche nach dem kürzesten Weg wurde der Dijkstra Algorithmus eingesetzt, aus dem nach

dem Ersetzen der Knickpunkte durch Kreisbogenmanöver ein Missionsplan für das *FFZ* erzeugt wird und anschließend aus diesem dann die Missionspläne der Teamfahrzeuge. Die Algorithmen zur Start- und Zielpunktgenerierung sowie eine eventuelle Modifikation dieser wurden vorgestellt. Die Bestimmung dieser Punkte ist notwendig, um die Fahrzeuge im Falle von erkannten Kollisionssituationen von dem Missionsplan und wieder darauf zu führen. Die berechneten Start- und Zielpunkte liegen auf der Bahn des *FFZ* und sollen zu möglichst wenig Verlusten an durchzuführenden Missionsaufgaben durch nicht befahrene Manöverelemente führen und ein kollisionsfreies Verlassen des Missionsplans und Einfahren auf die Sollbahn ermöglichen. Um dies zu erreichen, wird jeweils ein Kreis um den Beginn- und Endkollisionspunkt der Umplanung mit dem Sicherheitsabstand als Radius definiert. Kollidiert dieser Kreis mit einem Hindernis, wird der entsprechende Punkt solange verschoben, bis diese Punkte im Umkreis vom definierten Sicherheitsabstand kein Hindernis mehr haben.

5. Formationsänderung

5.1. Einführung in die Formationsänderung

Treten Hindernisse auf dem Missionsplan des Fahrzeugteams auf, existieren im Allgemeinen zwei Möglichkeiten, diese zu vermeiden. Zum einen kann ein neuer hindernisfreier Missionsplan unter Einhaltung der Originalformation gesucht werden, der genug Bewegungsraum für das komplette Team bietet, wodurch jedoch sehr hohe Verluste an den betroffenen Missionsaufgaben durch nicht befahrene Manöverelemente entstehen können. Eine weitere Möglichkeit bietet die Formationsänderung. Dabei kann eines der äußeren Fahrzeuge der Formation auf die Spur des nächstgelegenen Fahrzeugs wechseln. Die Sperrung eines Teils des Missionsplans eines einzigen Fahrzeugs durch ein Hindernis führt somit nicht zu Verlusten an Missionsaufgaben der anderen Fahrzeuge. Dabei kann das Offline-Wissen der Hinderniskonstellation aus Seekarten bzw. aus früheren Missionen genutzt werden, um die zu Beginn definierte Formation kurzfristig zu ändern. Die Formationsänderung trägt dazu bei, mehr vom geplanten Missionsplan zu nutzen, um somit mehr von der Aufgabe zu erfüllen. Eine Aufgabe könnte beispielsweise im Sammeln von Daten aus der Umgebung bestehen, wobei die Messungen der verschiedenen Fahrzeuge am Ende der Mission miteinander kombiniert werden. Die Formation kann wiederholt geändert werden, bis alle Fahrzeuge auf einer gemeinsamen Spur fahren. Ziel ist es, die Originalformation solange wie möglich zu erhalten und bei einer Formationsänderung die Originalformation so schnell wie möglich wiederherzustellen, da eine an das Fahrzeugteam übertragene Aufgabe nur durch das Abfahren des exakten Missionsplans erfüllt werden kann. Aus diesem Grund wird ein Spurwechsel unter Verwendung von zwei Kreisbogenmanövern realisiert, die so platziert werden, dass ein stetig verlaufendes Ersatzmanöver erzeugt wird. Da ein Missionsplan aus Strecken- und Kreisbogenmanövern besteht, kann ein Spurwechsel an einem der beiden Manövertypen sowohl beginnen als auch abgeschlossen werden. Weiterhin ist ein Spurwechsel zwischen zwei Kreisbogenmanövern, insofern das Startmanöver innerhalb oder außerhalb des Zielmanövers liegt, unterschiedlich. Tabelle 5.1 zeigt die möglichen Kombinationen aus Start- und Zielmanöver.

Die Berechnungen der einzufügenden Kreisbogenelemente sind für den Spurwechsel vor und nach einem Hindernis unterschiedlich. Aus diesem Grund werden die Kombinationen aus Start- und Zielmanövern in den folgenden Abschnitten separat behandelt.

Tabelle 5.1.: Mögliche Kombinationen aus Start- und Zielmanövern während einer Formationsänderung

Fallnummer	Typ des Startmanövers	Typ des Zielmanövers	Abbildung
1	Strecke	Strecke	5.4 und 5.8
2	Strecke (außen)	Kreisbogen (innen)	A.7 und A.6
3	Strecke (innen)	Kreisbogen (außen)	5.13 und A.5
4	Kreisbogen (innen)	Strecke (außen)	5.12 und A.8
5	Kreisbogen (außen)	Strecke (innen)	A.4 und A.9
6	Kreisbogen (innen)	Kreisbogen (außen)	5.9 und A.2
7	neuer Kreisbogen (innen)	Kreisbogen (außen)	A.11 und A.15
8	neuer Kreisbogen (außen)	Kreisbogen (innen)	A.12 und A.16
9	Kreisbogen (innen)	neuer Kreisbogen (außen)	5.14 und A.13
10	Kreisbogen (außen)	neuer Kreisbogen (innen)	A.10 und A.14
11	Kreisbogen (außen)	Kreisbogen (innen)	A.1 und A.3

Ein Kreisbogenmanöver wird durch seinen Mittelpunkt p_{center} , sowie durch seine Startposition p_s , Endposition p_e , und Drehrichtung definiert. Bei einem Spurwechsel müssen diese Parameter für die zwei Kreisbogenmanöver ermittelt werden, wobei der Endpunkt des ersten Kreisbogens der Startpunkt des zweiten Kreisbogens ist. Dieser wird im Weiteren auch als der Übergangspunkt (p_t) bezeichnet. Die Berechnungen der Parameter der Kreisbogenelemente für den Spurwechsel basieren auf der Kenntnis von p_s bzw. p_e und den Missionsplänen der Fahrzeuge, zwischen denen der Spurwechsel stattfindet.

5.2. Repräsentation der Kollisionspositionen

Der Wechsel eines Fahrzeugs FZ_a von seiner Spur auf die Spur eines benachbarten Fahrzeugs FZ_b findet vor dem ersten Kollisionspunkt des Missionsplans von FZ_a statt. Ein Fahrzeug darf seine Spur während einer Mission gegebenenfalls mehrmals verlassen und wieder darauf zurückkehren. Um zu erfassen, nach welchem Kollisionspunkt FZ_a auf seine Spur zurückfahren kann bzw. diese wieder verlassen muss, findet eine Filterung der Kollisionspositionen statt (siehe Abbildung 5.1).

Zunächst werden alle Kollisionspositionen, die innerhalb anderer Hindernisse liegen, entfernt. Dazu wird jeder Kollisionspunkt in jede Ellipsengleichung

$$a_{Ellipse}x^2 + b_{Ellipse}xy + c_{Ellipse}y^2 + d_{Ellipse}x + e_{Ellipse}y + f_{Ellipse} = 0 \quad (5.1)$$

eingesetzt. Ergibt sie eine Zahl kleiner 0, liegt der Punkt innerhalb der Ellipse und wird entfernt. Anschließend werden die verbleibenden Kollisionspositionen ihrer Entfernung zum Startpunkt des Missionsplans und entsprechend ihrer Fahrzeugnummer ($FZID$) nach in einer Liste sor-

tiert. Weiterhin werden zwei aufeinanderfolgenden Kollisionspositionen, zwischen denen nicht genug Platz für einen Spurwechsel ebenfalls paarweise entfernt.

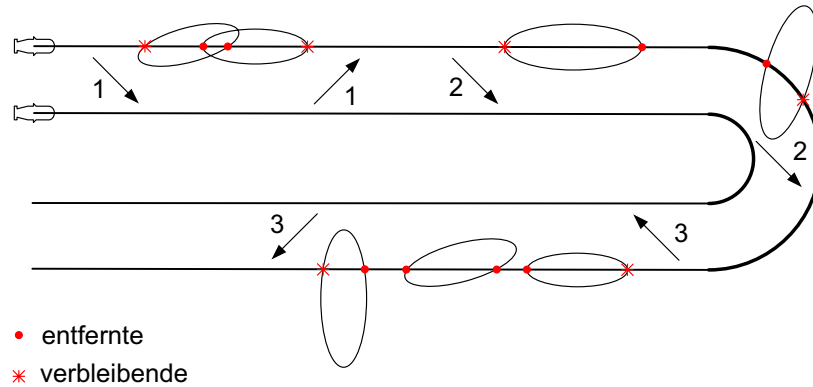


Abbildung 5.1.: Filterung der Kollisionspositionen

Um einen Spurwechsel zwischen zwei Streckenmanövern durchführen zu können, muss der Abstand (siehe Abbildung 5.2)

$$d_{track} \geq 2 \cdot (d_l + d_{sec}) + l_{min} \quad (5.2)$$

betragen. Dieser Abstand stellt sicher, dass nach einem Kollisionspunkt eine Sicherheitsdistanz (d_{sec}) besteht, bevor das Fahrzeug zurück auf seine Spur einschwenken darf. Zum Spurwechsel wird die Länge des Abstands zwischen den Spuren der beiden Fahrzeuge (d_l) benötigen. Ferner wird eine Manöverlänge (l_{min}) vorausgesetzt, bevor das Fahrzeug wieder auf seine Spur zurückkehrt.

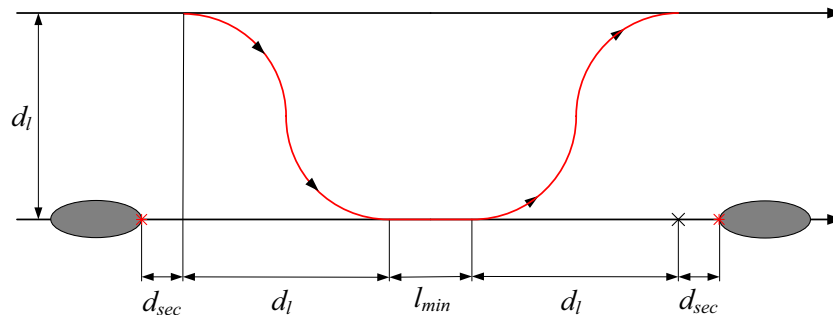


Abbildung 5.2.: Mindestabstand zwischen Kollisionspositionen auf einem Streckenmanöver

Zum Spurwechsel zwischen zwei Kreisbogenmanövern muss der Abstand (siehe Abbildung 5.3)

$$d_n = \alpha_t \cdot \max(r_1, r_2) \quad (5.3)$$

$$d_{arc} \geq 2 \cdot (d_n + d_{sec}) + l_{min}$$

betragen, wobei d_n die Bogenlänge ist, die zum Spurwechsel benötigt wird. α_t kann unter Verwendung des Kosinussatzes im von den Punkten p_{center} , p_{center_1} und p_{center_2} aufgespannten

Dreieck mit den Seitenlängen $a = d_l$, $b = \max(r_1, r_2) - \frac{a}{2}$ und $c = b$

$$\alpha_t = \arccos \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) \quad (5.4)$$

berechnet werden.

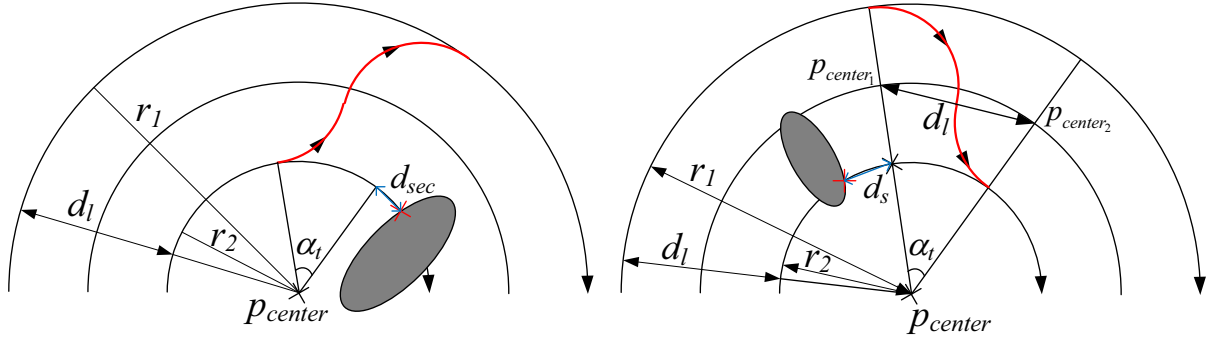


Abbildung 5.3.: Mindestabstand zwischen Kollisionspositionen auf einem Kreisbogenmanöver

Somit beträgt der zum Spurwechsel benötigte Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kollisionspositionen auf einem Missionsplan eines Fahrzeugs

$$d_{man} \geq \max(d_{track}, d_{arc}). \quad (5.5)$$

Auf diese Weise wird der Missionsplan eines Fahrzeugs in befahrbare und gesperrte Abschnitte unterteilt.

5.3. Spurwechsel zwischen Streckenmanövern

Ein Spurwechsel vor einem zu vermeidenden Hindernis soll mit einem Sicherheitsabstand vor dem Hindernis abgeschlossen werden. Abbildung 5.4 zeigt die Parameter eines derartigen Spurwechsels. Zunächst wird überprüft, ob das Fahrzeug mit der minimalen Manöverlänge auf der Zielspur fahren kann. Dafür muss die Bedingung

$$l_{min} \leq d_c + 2 \cdot d_{sec} \quad (5.6)$$

erfüllt sein, wobei d_c die Länge des eingeschlossenen Manöversegments zwischen dem Beginn- und Endkollisionspunkt des zu vermeidenden Hindernisses ist (siehe Abbildung 5.5). Ist dies nicht der Fall, wird d_{sec} in

$$d_{sec} = \frac{l_{min} - d_c}{2} \quad (5.7)$$

modifiziert.

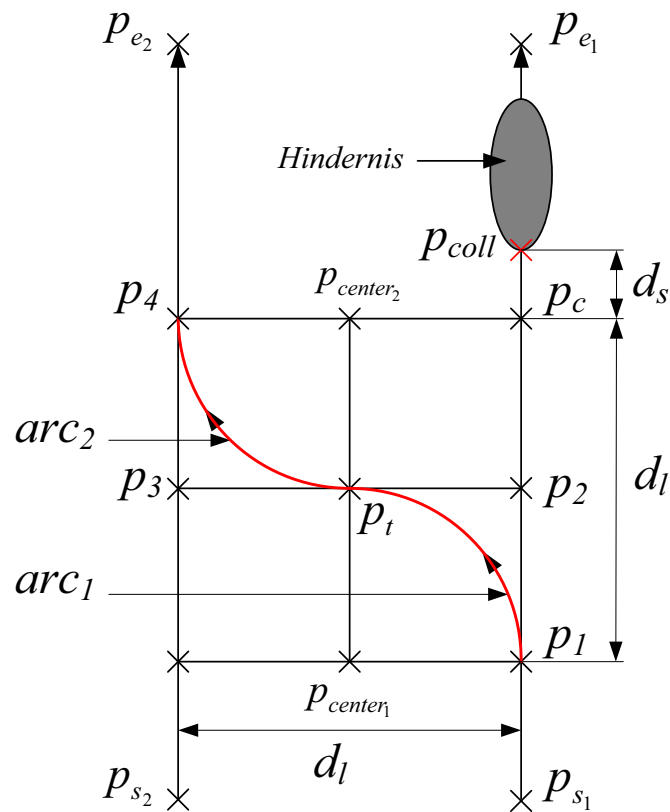


Abbildung 5.4.: Spurwechsel zwischen Streckenmanövern vor einer Kollisionsposition

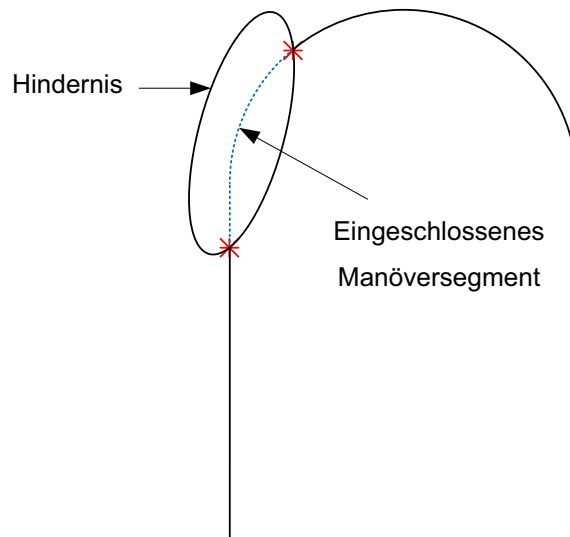


Abbildung 5.5.: Ein eingeschlossenes Manöversegment

Im nächsten Schritt wird der Punkt p_c ermittelt, der durch die Verschiebung von p_{coll} um den Sicherheitsabstand ($d_s \equiv d_{sec}$) entsteht. Die Lage von p_c ist abhängig von dem Abstand zwischen dem Startpunkt des Streckenmanövers, auf dem sich der Kollisionspunkt befindet, und dem Kollisionspunkt $cs = \overline{p_{s1}p_{coll}}$. Der Algorithmus in Abbildung 5.6 erläutert die Schritte zur

Bestimmung von p_c .

```

if  $cs \geq d_l + l_{min} + d_s$  then
     $p_c := p_{coll} + \left(\frac{d_s}{cs}\right) \cdot (p_{s_1} - p_{coll})$ 
else if  $cs < d_l + l_{min} + d_s$  and  $cs \geq d_l + d_s$  then
     $p_c := p_{coll} + \left(\frac{cs-d_l}{cs}\right) \cdot (p_{s_1} - p_{coll})$  {Spurwechsel am Startpunkt des Streckenmanövers
    beginnen}
else if  $cs < d_l + d_s$  and  $cs \geq d_s$  then
     $p_c := p_{coll} + \left(\frac{d_s}{cs}\right) \cdot (p_{s_1} - p_{coll})$ 
else if  $cs < d_s$  then
     $d_{sa} := d_s - cs$  { $p_c$  liegt auf dem vorherigen Kreisbogenmanöver}
     $\alpha_c := \frac{d_{sa}}{r_s}$  { $r_s$ : Der Radius des Kreisbogenmanövers}
     $p_c :=$  der rotierte Endpunkt des Kreisbogenmanövers in die entgegengesetzte Drehrichtung
    mit  $\alpha_c$  (wie in Gleichung 4.13 angegeben ist)
end if
    
```

Abbildung 5.6.: Bestimmung von p_c beim Spurwechsel Strecke – Strecke

Falls mehrere Streckenmanöver unmittelbar hintereinander geplant werden, darf keine Richtungsänderungen dazwischen vorkommen. Aus diesem Grund werden Streckenmanöver, die hintereinander geplant werden, in einer Vorphase zu einem einzelnen Streckenmanöver zusammengeführt. Somit kann sich vor bzw. hinter einem Streckenmanöver nur ein Kreisbogenmanöver befinden. Deswegen wird das nächstgelegene Kreisbogenmanöver zum Kollisionspunkt auf dem Missionsplan durch Abstandberechnung zum Start- und Endpunkt des Streckenmanövers bestimmt, um zu entscheiden, ob ein Wechsel zwischen der aktuellen Spur und der dazu parallelen Spur möglich ist oder ein anderer Spurwechsel in Frage kommt, wie im Folgenden gezeigt wird. Dazu wird p_c auf die Zielspur durch die Berechnung des Schnittpunkts der Geraden, die durch p_c läuft und senkrecht zum Streckenabschnitt $p_{s_1}p_{e_1}$ steht, und der Geraden, die durch die Zielspur läuft, projiziert (p_4) und der Winkel φ_c zwischen dem Startpunkt des Kreisbogenmanövers auf der Zielspur und p_c , wenn das Kreisbogenmanöver vor dem Streckenmanöver im Missionsplan vorkommt, bzw. zwischen p_c und dem Endpunkt des Kreisbogenmanövers auf der Zielspur, wenn das Kreisbogenmanöver nach dem Streckenmanöver im Missionsplan vorkommt, unter Beachtung der Drehrichtung in Analogie zum Algorithmus in Abbildung 4.4 bestimmt. Der Algorithmus in Abbildung 5.7 beschreibt alle möglichen Fälle bei einem Spurwechsel zwischen Streckenmanövern, wobei φ_t der Winkel zwischen dem Startpunkt des Kreisbogenmanövers auf der Zielspur und seinem Endpunkt ist.


```

if  $cs \geq d_l + d_s$  and  $\varphi_c \geq \varphi_t$  then
  Spurwechsel: Strecke – Strecke
else if  $cs \geq d_l + d_s$  and  $\varphi_c < \varphi_t$  then
  Spurwechsel: Strecke – Kreisbogen
else if  $cs < d_l + d_s$  and  $\varphi_c < \varphi_t$  then
  Spurwechsel: Kreisbogen – Kreisbogen
else if  $cs < d_l + d_s$  and  $\varphi_c \geq \varphi_t$  then
  Spurwechsel: Kreisbogen – Strecke
end if

```

Abbildung 5.7.: Fallunterscheidung bei einem Spurwechsel zwischen Streckenmanövern

Ausgehend von p_4 werden die Parameter für den Spurwechsel Strecke – Strecke vor einer Kollisionsposition bestimmt. Zunächst wird überprüft, ob $\overline{p_4 p_{e_2}} \geq l_{min}$ gilt. Falls dies nicht gilt, wird p_c um $l_{min} - \overline{p_4 p_{e_2}}$ in Richtung p_{s_1} verschoben und p_4 erneut bestimmt. Die Radien der einzufügenden Kreisbogenelemente werden gleich gewählt und betragen $r = \frac{d_l}{2}$. p_1, p_2 und p_3 werden durch die Verschiebung der Punkte p_c bzw. p_4 um den entsprechenden Abstand dazwischen mit den Gleichungen

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_c + \left(\frac{d_l}{\overline{p_c p_{s_1}}} \right) \cdot (p_{s_1} - p_c) \\
 p_2 &= p_c + \left(\frac{d_l}{2 \cdot \overline{p_c p_{s_1}}} \right) \cdot (p_{s_1} - p_c) \\
 p_3 &= p_4 + \left(\frac{d_l}{2 \cdot \overline{p_4 p_{s_2}}} \right) \cdot (p_{s_2} - p_4)
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

bestimmt. Anschließend wird ein Kreisbogenelement zwischen den Punkten p_1, p_2 und p_3 bzw. p_2, p_3 und p_4 mit dem Radius r unter Verwendung der Darstellungen im Abschnitt 4.3.2 eingefügt.

Der Spurwechsel zwischen Streckenmanövern nach einer Kollisionsposition erfolgt in Analogie zum Spurwechsel vor einer Kollisionsposition, wobei beginnend mit p_1 die Parameter der einzufügenden Kreisbogenelemente bestimmt werden (siehe Abbildung 5.8).

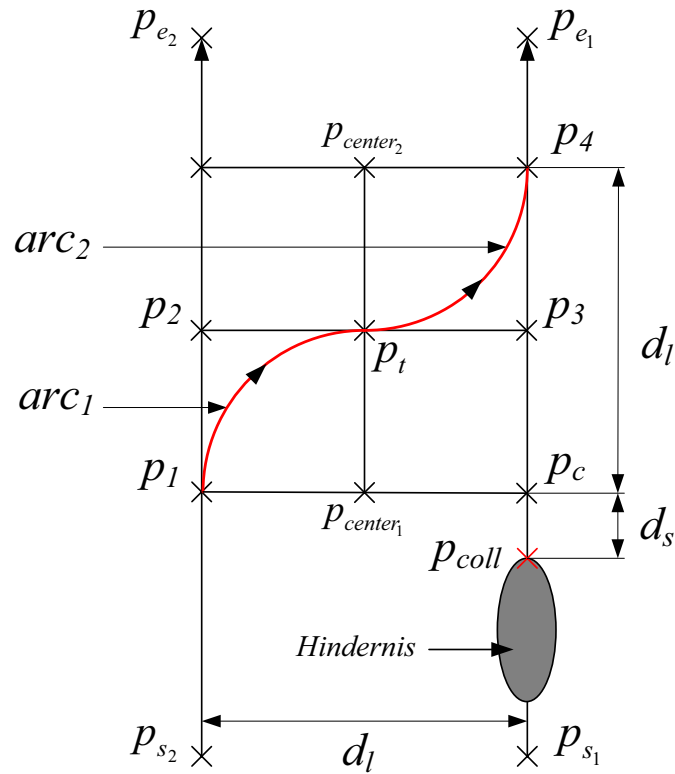


Abbildung 5.8.: Spurwechsel zwischen Streckenmanövern nach einer Kollisionsposition

5.4. Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern

Ein Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern basiert darauf, dass zwischen zwei Kreisen C_1 und C_2 mit einem gemeinsamen Mittelpunkt und den Radien $r_1 > r_2$ ein Kreis C_{arc1} mit dem Radius $r = \frac{r_1 - r_2}{2}$ rollen kann, wobei der Mittelpunkt einen Kreis C_h mit dem Radius $r_1 - r$ und den Mittelpunkt der Kreise C_1 und C_2 zeichnet (siehe Abbildung 5.9). Dabei berührt C_{arc1} die beiden Kreise C_1 und C_2 in jedem Punkt. Wird noch ein Kreis C_{arc2} zwischen C_1 und C_2 gelegt, der C_{arc1} berührt, beschreiben die Kreise $C_{arc1,2}$ einen stetigen Weg, der im Falle vom Spurwechsel vom inneren Kreis C_2 zum äußeren Kreis C_1 vor einer Kollisionsposition den stetigen Weg von C_2 zu C_1 über die Berührungspunkte zwischen C_2 und C_{arc1} , C_{arc1} und C_{arc2} , und C_{arc2} und C_1 beschreibt.

Ein Spurwechsel vor einem zu vermeidenden Hindernis von der inneren auf die äußere Spur soll mit einem Sicherheitsabstand vor dem Hindernis abgeschlossen werden. Abbildung 5.9 zeigt die Parameter eines derartigen Spurwechsels. Zunächst wird überprüft, ob das Fahrzeug mit der minimalen Manöverlänge auf der Zielspur fahren kann. Dafür muss die Bedingung

$$l_{min} \leq d_{ct} + 2 \cdot d_{st} \quad (5.9)$$

erfüllt sein, wobei d_{ct} die Länge des eingeschlossenen Manöversegments zwischen dem Beginn- und Endkollisionspunkt des zu vermeidenden Hindernisses auf der Zielspur und d_{st} der Sicherheitsabstand auf der Zielspur ist.

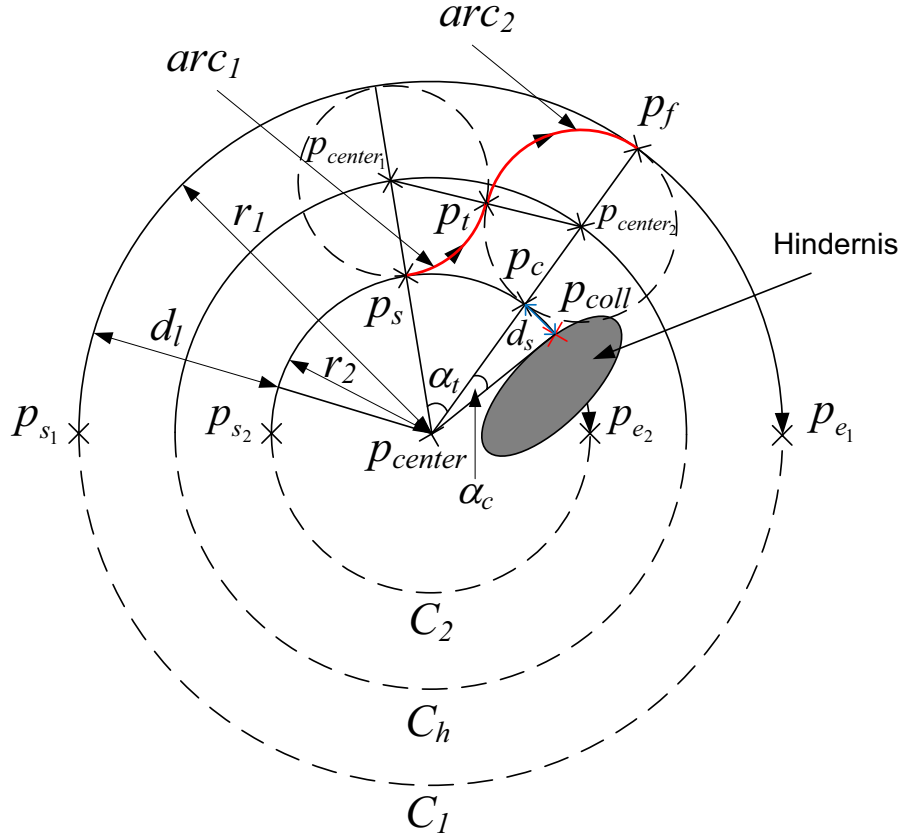


Abbildung 5.9.: Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern vor einer Kollisionsposition (innen nach außen)

d_{st} lässt sich durch die Bestimmung des einschließenden Winkels α_c von dem Sicherheitsabstand d_s auf dem inneren Kreis mit

$$\alpha_c = \frac{d_s}{r_2} \quad (5.10)$$

$$d_{st} = \frac{r_1}{\alpha_c}$$

ermitteln. In Analogie dazu wird d_{ct} mit

$$\alpha_d = \frac{d_c}{r_2} \quad (5.11)$$

$$d_{ct} = \frac{r_1}{\alpha_d}$$

ermittelt, wobei d_c die Länge des eingeschlossenen Manöversegments zwischen der aktuellen und der folgenden Kollisionsposition auf dem Kreis C_2 ist. Ist die Bedingung in Gleichung 5.9

nicht erfüllt, wird d_s in

$$d_s = r_2 \cdot \frac{l_{min} - d_{ct}}{2 \cdot r_1} \quad (5.12)$$

modifiziert. Im nächsten Schritt wird der Punkt p_c ermittelt, der durch die Rotation von p_{coll} um den Sicherheitsabstand (d_s) entsteht. Die Lage von p_c ist abhängig von dem Winkel φ_{coll} zwischen dem Startpunkt des Kreisbogenmanövers, auf dem sich der Kollisionspunkt befindet, und dem Kollisionspunkt, der unter Beachtung der Drehrichtung in Analogie zum Algorithmus in Abbildung 4.4 ermittelt wird. Der Algorithmus in Abbildung 5.10 erläutert die Schritte zur Bestimmung von p_c , wobei die rotierten Punkte so bestimmt werden, wie in Gleichung 4.13 angegeben ist.

```

if  $\varphi_{coll} \geq \alpha_c + \alpha_t + \frac{l_{min}}{r_2}$  then
    { $\alpha_t$ : Der einschließende Winkel des Kreisbogens, der zum Spurwechsel benötigt wird (siehe Gleichung 5.4)}
     $p_c :=$  der rotierte Startpunkt des Kreisbogenmanövers in die Drehrichtung mit  $\varphi_{coll} - \alpha_c$ 
else if  $\varphi_{coll} < \alpha_c + \alpha_t + \frac{l_{min}}{r_2}$  and  $\varphi_{coll} \geq \alpha_c + \alpha_t$  then
     $p_c :=$  der rotierte Startpunkt des Kreisbogenmanövers in die Drehrichtung mit dem winkelwert  $\alpha_t$  {Spurwechsel am Startpunkt des Kreisbogenmanövers beginnen}
else if  $\varphi_{coll} < \alpha_c + \alpha_t$  and  $\varphi_{coll} \geq \alpha_c$  then
     $p_c :=$  der rotierte Startpunkt des Kreisbogenmanövers in die Drehrichtung mit  $\varphi_{coll} - \alpha_c$ 
else if  $\varphi_{coll} < \alpha_c$  then
    { $p_c :=$  der um die fehlende Länge auf dem vorherigen Manöver verschobene Punkt}
    if vorheriger Manöver ist Streckenmanöver ( $type = 0$ ) then
         $d_{sa} := d_s - r_2 \cdot (\alpha_c - \varphi_{coll})$ 
         $p_c := p_{track_e} + \left( \frac{d_{sa}}{p_{track_s} p_{track_e}} \right) \cdot (p_{track_s} - p_{track_e})$ 
    else
         $d_{sa} := d_s - r_2 \cdot (\alpha_c - \varphi_{coll})$ 
         $\alpha_{ca} := \frac{d_{sa}}{r_{vorherig}}$ 
         $p_c :=$  der rotierte Endpunkt des vorherigen Kreisbogenmanövers in die entgegengesetzte Drehrichtung mit  $\alpha_{ca}$ 
    end if
end if

```

Abbildung 5.10.: Bestimmung von p_c beim Spurwechsel Kreisbogen – Kreisbogen

Das nächstgelegene Kreisbogenmanöver zum aktuellen Kollisionspunkt auf dem Missionsplan wird durch Abstandsberechnung zum Start- und Endpunkt des Kreisbogenmanövers bestimmt, um zu entscheiden, ob ein Wechsel zwischen dem aktuellen Kreisbogenmanöver und dem Kreisbogenmanöver auf der Zielspur möglich ist. Dazu wird p_c auf die Zielspur mit der Glei-

chung

$$p_f = p_{center} + \left(1 + \frac{d_l}{r_2}\right) \cdot (p_c - p_{center}) \quad (5.13)$$

projiziert. Anschließend wird der Winkel φ_t zwischen dem Start- und Endpunkt des Kreisbogenmanövers auf der Zielspur und der Winkel φ_c zwischen dem Startpunkt des Kreisbogenmanövers auf der Zielspur und p_c bestimmt. Falls $\varphi_c > \varphi_t$ wird $\varphi_c := \varphi_c - 2 \cdot \pi$. Weiterhin wird der Winkel φ_{p_f} zwischen p_f und dem Endpunkt des Kreisbogenmanövers auf der Zielspur, falls dieses vor dem aktuellen Kreisbogenmanöver im Missionsplan vorkommt, sonst zwischen dem Startpunkt des Kreisbogenmanövers auf der Zielspur und p_f , bestimmt. Der Algorithmus in Abbildung 5.11 beschreibt alle möglichen Fälle bei einem Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern.

```

if  $\varphi_{coll} \geq \alpha_c + \alpha_t$  and  $\varphi_t \geq \varphi_{p_f}$  then
    Spurwechsel: Kreisbogen – Kreisbogen
else if  $\varphi_{coll} < \alpha_c + \alpha_t$  and  $\varphi_t \geq \varphi_{p_f}$  then
    if naheliegendes Manöver ist ein Streckenmanöver then
        Spurwechsel: Strecke – Kreisbogen
    else
        Spurwechsel: neuer Kreisbogen – Kreisbogen
    end if
else if  $\varphi_{coll} \geq \alpha_c + \alpha_t$  and  $\varphi_t < \varphi_{p_f}$  then
    if naheliegendes Manöver ist ein Streckenmanöver then
        Spurwechsel: Kreisbogen – Strecke
    else
        Spurwechsel: Kreisbogen – neuer Kreisbogen
    end if
else if  $\varphi_{coll} < \alpha_c + \alpha_t$  and  $\varphi_t < \varphi_{p_f}$  then
    if naheliegendes Manöver ist ein Streckenmanöver then
        Spurwechsel: Strecke – Strecke
    else
        Spurwechsel: neuer Kreisbogen – neuer Kreisbogen
    end if
end if
    
```

Abbildung 5.11.: Fallunterscheidung bei einem Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern

Beginnend mit p_f werden die Parameter für den Spurwechsel Kreisbogen – Kreisbogen vor einer Kollisionsposition bestimmt. Zunächst wird überprüft, ob $\varphi_t < \varphi_c + \frac{l_{min}}{r_1}$ gilt. Falls dies nicht gilt, wird p_c aus der Rotation des Startpunkts des Kreisbogenmanövers um $\varphi_{coll} + \varphi_t - \varphi_c - \alpha_c - \frac{l_{min}}{r_1}$ bestimmt und p_f erneut mit Gleichung 5.13 berechnet. Der Mittelpunkt von arc_2

wird mit

$$p_{center_2} = p_{center} + \left(1 + \frac{d_l}{2 \cdot r_2}\right) \cdot (p_c - p_{center}) \quad (5.14)$$

bestimmt. Der Startpunkt von arc_1 (p_s) wird durch die Rotation von p_c um α_t in die entgegengesetzte Drehrichtung des Kreisbogenmanövers und sein Mittelpunkt mit

$$p_{center_1} = p_{center} + \left(1 + \frac{d_l}{2 \cdot r_2}\right) \cdot (p_s - p_{center}) \quad (5.15)$$

ermittelt. Die Bestimmung des Übergangspunkts p_t erfolgt mit

$$p_t = p_{center_1} + \frac{1}{2} \cdot (p_{center_2} - p_{center_1}). \quad (5.16)$$

Das erste Kreisbogenelement arc_1 dreht sich in die entgegengesetzte Drehrichtung des Kreisbogenmanövers und das zweite arc_2 mit der Drehrichtung des Kreisbogenmanövers.

Der Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern vom äußeren Manöver ins innere Manöver erfolgt in Analogie zum Fall vom inneren ins äußere Manöver. Der wesentliche Unterschied ist, in den einzelnen Gleichungen r_2 durch r_1 und umgekehrt zu ersetzen und die Drehrichtungen sind die umgekehrten, außerdem berechnet sich p_f mit

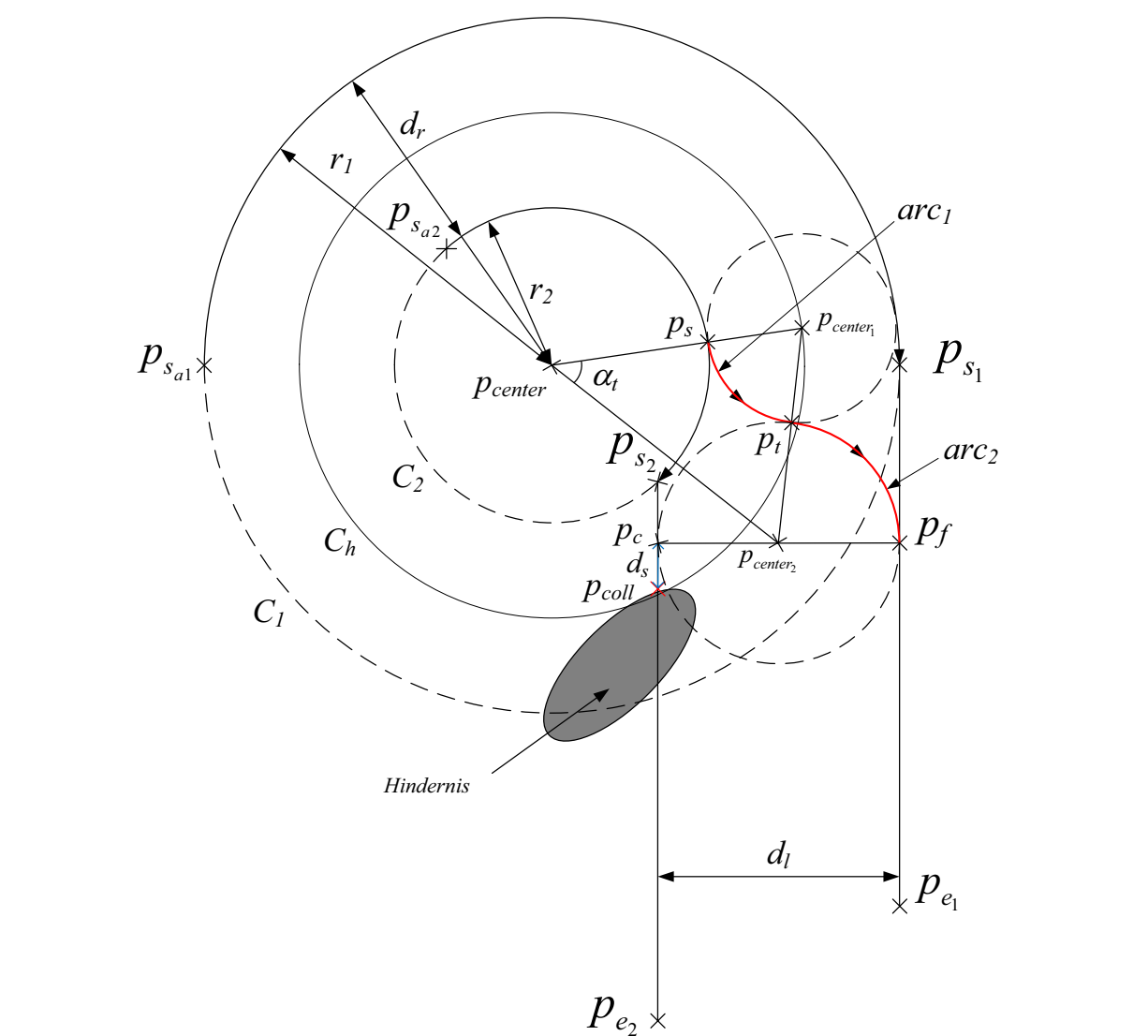
$$p_f = p_{center} + \frac{r_2}{r_1} \cdot (p_c - p_{center}). \quad (5.17)$$

Die Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern nach einer Kollisionsposition und vom inneren ins äußere Manöver und umgekehrt erfolgen in Analogie zum Spurwechsel vor einer Kollisionsposition, wobei beginnend mit p_s die Parameter der einzufügenden Kreisbogenelemente bestimmt werden. Die Abbildungen für sämtliche Spurwechsel sind dem Anhang A.2 zu entnehmen.

5.5. Spurwechsel über zwei verschiedene Manöver

Kreisbogen – Strecke

Ein Spurwechsel zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem Streckenmanöver basiert darauf, dass einerseits zwischen zwei Kreisen C_1 und C_2 mit einem gemeinsamen Mittelpunkt und den Radien $r_1 > r_2$ ein Kreis C_{arc_1} mit dem Radius $r_{arc_1} = \frac{r_1 - r_2}{2} = \frac{d_r}{2}$ rollen kann, wobei der Mittelpunkt einen Kreis C_h mit dem Radius $r_1 - r_{arc_1}$ um den Mittelpunkt der Kreise C_1 und C_2 zeichnet. Dabei berührt C_{arc_1} die beiden Kreise C_1 und C_2 in jedem Punkt. Andererseits wird ein Kreis C_{arc_2} mit dem Radius $r_{arc_2} = \frac{d_l}{2}$ zwischen den Streckenmanövern so platziert, dass er die Streckenmanöver berührt. Rollen die Kreise $C_{arc_{1,2}}$ aufeinander zu, bis sie sich berühren,

[illegible]

arc_2 mit

$$p_{center_2} = p_c + \frac{1}{2} \cdot (p_f - p_c) \quad (5.18)$$

bestimmt. Die Bestimmung von p_s erfolgt durch die Rotation von p_{sa2} um p_{center} mit dem Winkel $\varphi - \alpha_t$, wobei $\varphi = \angle p_{sa2}p_{center}p_{center_2}$. α_t lässt sich unter Verwendung des Kosinussatzes im von den Punkten p_{center} , p_{center_1} und p_{center_2} aufgespannten Dreieck ermitteln, wobei $\overline{p_{center}p_{center_1}} = r_2 + r_{arc_1}$ und $\overline{p_{center_1}p_{center_2}} = r_{arc_1} + r_{arc_2}$. Der Mittelpunkt von arc_1 wird mit

$$p_{center_1} = p_{center} + \left(1 + \frac{r_{arc_1}}{r_2}\right) \cdot (p_s - p_{center}) \quad (5.19)$$

bestimmt. Die Bestimmung des Übergangspunkts p_t erfolgt mit

$$p_t = p_{center_2} + \frac{r_{arc_2}}{r_{arc_1} + r_{arc_2}} \cdot (p_{center_1} - p_{center_2}). \quad (5.20)$$

Die Drehrichtung von arc_1 ist die entgegengesetzte Drehrichtung des Kreisbogenmanövers und von arc_2 die Drehrichtung des Kreisbogenmanövers.

Sämtliche Spurwechsel zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem Streckenmanöver vom äußeren Manöver ins innere Manöver, zwischen einem Streckenmanöver und einem Kreisbogenmanöver vom äußeren Manöver ins innere Manöver und umgekehrt nach einer Kollisionssituation erfolgen in Analogie zum Spurwechsel zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem Streckenmanöver vom inneren ins äußere Manöver vor einer Kollisionsposition (siehe Anhang A.2).

Strecke – Kreisbogen

Ein Spurwechsel zwischen einem Streckenmanöver und einem Kreisbogenmanöver von der inneren auf die äußere Spur vor einer Kollisionsposition beginnt mit der Bestimmung von p_f (siehe Abbildung 5.13). Zunächst wird p_{f_1} mit der Projektion von p_c auf die Gerade, die durch dem Streckenmanöver auf der Zielspur läuft, durch die Berechnung des Schnittpunkts der Geraden, die durch p_c läuft und senkrecht zum Streckenabschnitt $p_{s_2}p_{e_2}$ steht, und der Geraden, die durch dem Streckenabschnitt $p_{s_1}p_{e_1}$ läuft, bestimmt. p_f ist dann der Schnittpunkt zwischen der Geraden, die durch die Strecke $p_{center}p_{f_1}$ läuft, und dem Kreis C_1 , der näher zu p_{f_1} ist. Anschließend wird der Mittelpunkt von arc_2 mit

$$p_{center_2} = p_{center} + \frac{r_2 + \frac{d_r}{2}}{r_1} \cdot (p_f - p_{center}) \quad (5.21)$$

ermittelt. Die Ermittlung von p_{center_1} erfolgt unter der Bestimmung der Schnittpunkte zwischen dem Kreis, der seinen Mittelpunkt in p_{center_2} hat, und dessen Radius $\frac{d_l + d_r}{2}$ beträgt, und der Geraden, die durch den Punkt p_l läuft und den Anstieg des Streckenmanövers hat, wobei p_l mit

der Gleichung

$$p_l = p_c + \frac{1}{2} \cdot (p_{f_1} - p_c) \quad (5.22)$$

bestimmt wird. Derjenige Schnittpunkt ist der gesuchte p_{center_1} , der näher zu p_{s_1} ist.

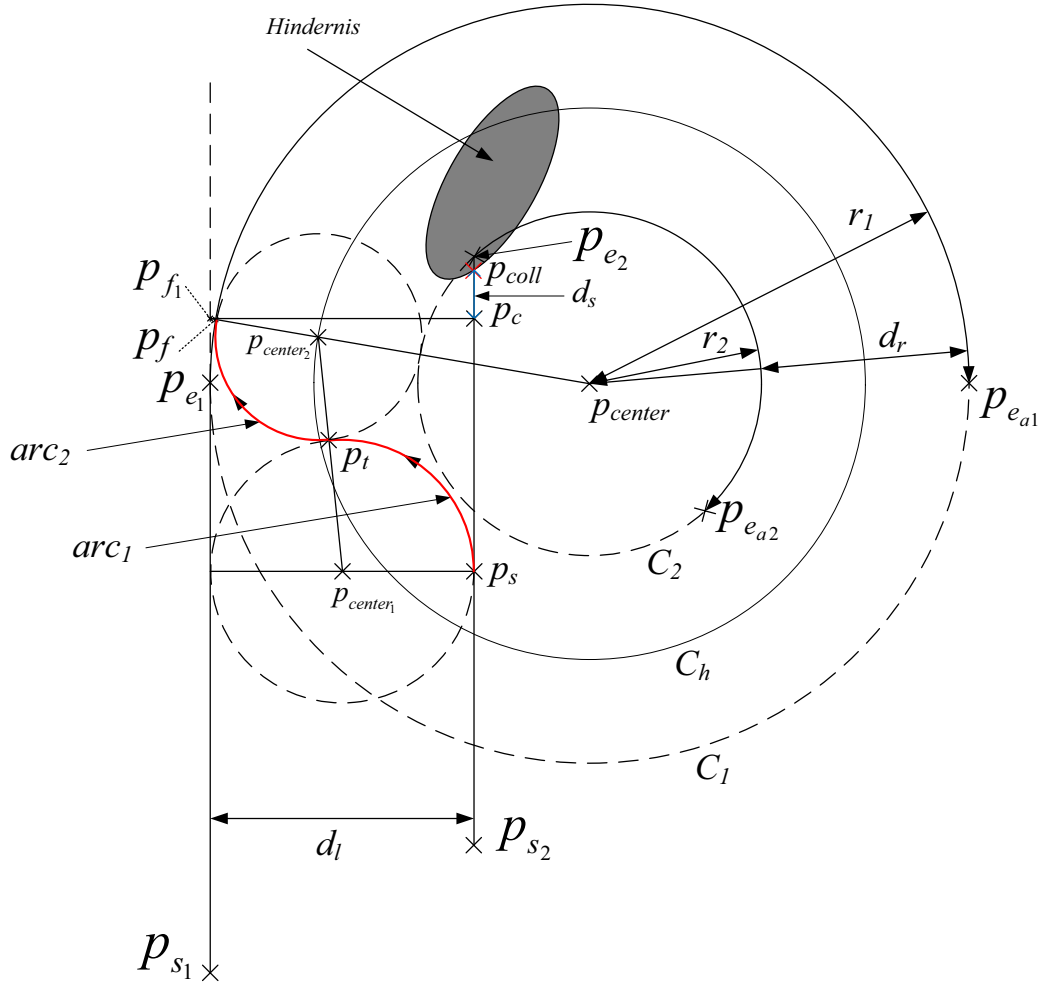


Abbildung 5.13.: Spurwechsel zwischen Strecke und Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (innen nach außen)

p_s ist der von p_{center_1} auf dem Streckenabschnitt $p_{s_2}p_{e_2}$ projizierte Punkt. Folgend wird der Übergangspunkt p_t mit

$$p_t = p_{center_2} + \frac{d_r}{d_r + d_l} \cdot (p_{center_1} - p_{center_2}) \quad (5.23)$$

bestimmt. Die Drehrichtung von arc_1 ist die entgegengesetzte Drehrichtung des Kreisbogenmanövers und von arc_2 die Drehrichtung des Kreisbogenmanövers.

Spurwechsel zwischen einem Streckenmanöver und einem Kreisbogenmanöver vom äußeren Manöver ins innere Manöver und zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem Streckenmanöver vom äußeren Manöver ins innere Manöver und umgekehrt nach einer Kollisionssi-

tuation erfolgen in Analogie zum Spurwechsel zwischen einem Streckenmanöver und einem Kreisbogenmanöver vom inneren ins äußere Manöver vor einer Kollisionsposition (siehe Anhang A.2).

Kreisbogen – Neuer Kreisbogen

Ein Spurwechsel zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem neuen Kreisbogenmanöver (Folgemanöver) basiert darauf, dass einerseits zwischen zwei Kreisen C_1 und C_2 mit einem gemeinsamen Mittelpunkt und den Radien $r_1 > r_2$ ein Kreis C_{arc1} mit dem Radius $r_{arc1} = \frac{r_1 - r_2}{2} = \frac{d_r}{2}$ rollen kann, wobei der Mittelpunkt einen Kreis C_h mit dem Radius $r_1 - r_{arc1}$ und den Mittelpunkt der Kreise C_1 und C_2 zeichnet. Dabei berührt C_{arc1} die beiden Kreise C_1 und C_2 in jedem Punkt. Andererseits wird ein Kreis C_{arc2} mit dem Radius $r_{arc2} = \frac{d_{r'}}{2}$ zwischen den neuen Kreisbogenmanövern mit demselben Prinzip wie C_{arc1} platziert. Rollen die Kreise $C_{arc1,2}$ aufeinander zu, bis sie sich berühren, beschreiben sie einen stetigen Weg, der im Falle eines Spurwechsels vom inneren Kreis C_2 zum neuen inneren Kreis $C_{2'}$ vor einer Kollisionsposition den stetigen Weg von C_2 zu C_1 über die Berührungspunkte zwischen C_2 und C_{arc1} , C_{arc1} und C_{arc2} , und C_{arc2} und $C_{2'}$ beschreibt (siehe Abbildung 5.14).

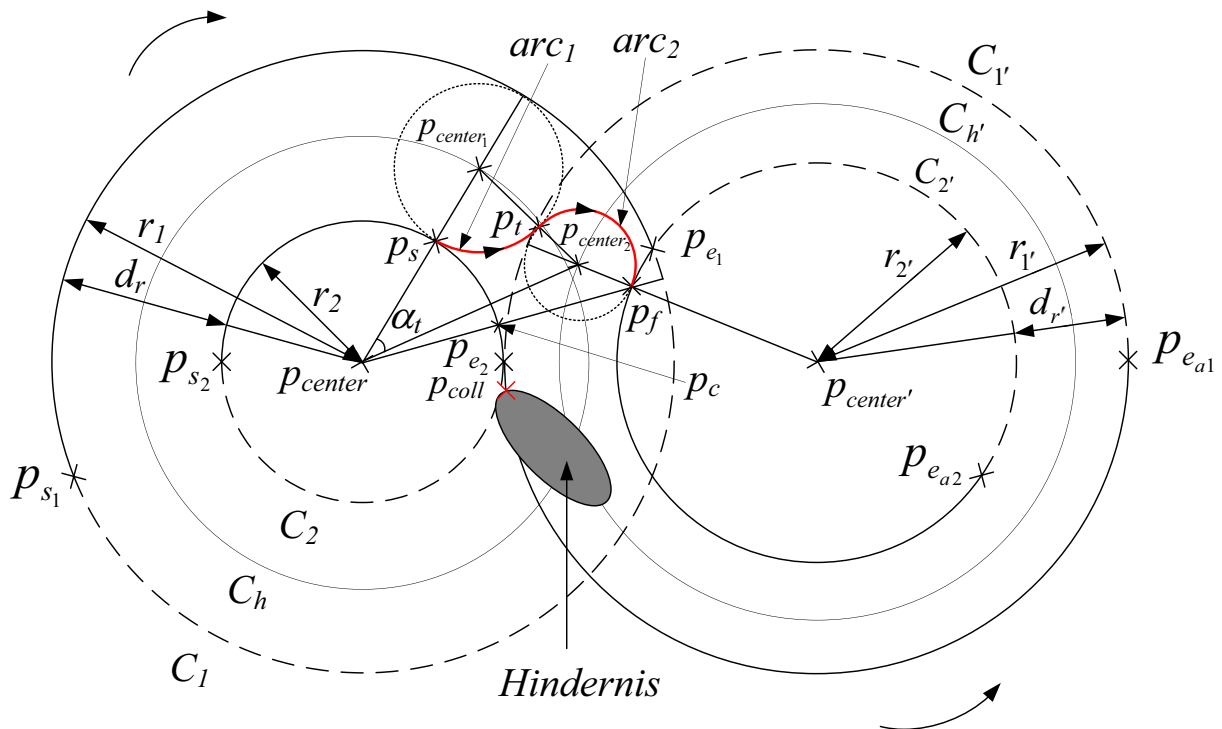


Abbildung 5.14.: Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (innen nach außen)

Ausgehend von p_f werden die Parameter des Spurwechsels zwischen einem Kreisbogenmanöver (innen) und einem neuen Kreisbogenmanöver (innen) vor einer zu vermeidenden Kollisi-

onsposition ermittelt. p_f wird als der Schnittpunkt zwischen der Geraden, die durch die Strecke $p_{center}p_c$ läuft, und dem Kreis $C_{2'}$, der näher zu p_{e_1} liegt, festgelegt. Falls es keine Schnittpunkte gibt, wird der Schnittpunkt zwischen der Geraden, die durch der Strecke $p_{center'}p_c$ läuft, und dem Kreis $C_{2'}$, der näher zu p_{e_1} ist, als p_f festgelegt. Abhängig von den Drehrichtungen des Startmanövers und des Zielmanövers wird p_{center_2} mit

$$t = \begin{cases} \frac{r_{2'} - \frac{d_{r'}}{2}}{r_{2'}} & \text{wenn gleiche Drehrichtungen} \\ 1 + \frac{d_{r'}}{2 \cdot r_{2'}} & \text{wenn verschiedene Drehrichtungen} \end{cases} \quad (5.24)$$

$$p_{center_2} = p_{center'} + t \cdot (p_f - p_{center'})$$

ermittelt. p_s wird mit der Rotation von p_{s_2} um p_{center} mit $\varphi - \alpha_t$ bestimmt, wobei $\varphi = \angle p_{s_2}p_{center}p_{center_2}$. α wird unter Verwendung des Kosinussatzes im von den Punkten p_{center} , p_{center_1} und p_{center_2} aufgespannten Dreieck ermittelt, wobei $\overline{p_{center_1}p_{center_2}} = \frac{d_r + d_{r'}}{2}$ und $\overline{p_{center}p_{center_1}} = r_2 + \frac{d_r}{2}$. Der Mittelpunkt von arc_1 wird mit

$$p_{center_1} = p_{center} + \left(1 + \frac{d_r}{2 \cdot r_2}\right) \cdot (p_s - p_{center}) \quad (5.25)$$

bestimmt. Der Übergangspunkt p_t lässt sich mit

$$p_t = p_{center_1} + \frac{d_r}{d_r + d_{r'}} \cdot (p_{center_2} - p_{center_1}) \quad (5.26)$$

ermitteln. Die Drehrichtung von dem ersten Kreisbogenelement arc_1 ist entgegengesetzt der Drehrichtung vom Kreisbogenmanöver auf der Startspur. Das zweite Kreisbogenelement arc_2 hat die gleiche Drehrichtung wie das Kreisbogenmanöver auf der Startspur.

Sämtliche Spurwechsel zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem neuen Kreisbogenmanöver bzw. umgekehrt, von innen bzw. außen und umgekehrt, vor und nach einer Kollisionsposition lassen sich in Analogie zum Spurwechsel zwischen einem Kreisbogenmanöver und einem neuen Kreisbogenmanöver von innen beginnend vor einer Kollisionsposition festlegen (siehe Anhang A.2).

5.6. Anforderungen an den Missionsplan für den Spurwechsel

Damit die Formationsänderung ermöglicht wird, sollen die Hindernisse nicht beim Startpunkt des Missionsplans des vordersten Fahrzeugs in der zu Beginn definierten Formation sowie nicht bei seinem Endpunkt liegen. Der minimale Abstand $l_{obstacle}$ zwischen dem Startpunkt des

Missiosplans des vordersten Fahrzeugs und dem ersten Hindernis, das mit dem Missionsplan kollidiert, bzw. vor seinem Endpunkt beträgt

$$l_{obstacle} \geq l_{min} + d_{lc} + d_{sec}. \quad (5.27)$$

Der Grund für die Wahl dieser Größe ist, dass ein Fahrzeug erstmals ein Manöver mit der minimalen Manöverlänge (l_{min}) fahren soll, bevor es seine Bahn ändert. Weiterhin benötigt die Formationsänderung eine Manöverlänge d_{lc} , die vom Manövertyp abhängig ist, sowie einen Sicherheitsabstand (d_{sec}) vor dem zu vermeidenden Hindernis. d_{lc} beträgt bei einem Spurwechsel zwischen Streckenmanövern die Länge des Abstands zwischen dem Startmanöver und dem Zielmanöver $d_{lc} = d_l$ und bei einem Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern die Kreisbogenlänge $d_{lc} = d_r = \alpha \cdot r$, die zum Spurwechsel benötigt wird, wobei α der Mittelpunktswinkel und r der kleinere Wenderadius ist (α wird in diesem Abschnitt genau bestimmt). Weiterhin spielt der Abstand zwischen den einzelnen Spuren der Teamfahrzeuge eine wichtige Rolle bei der Formationsänderung. Dieser Abstand muss die minimale Manöverlänge (l_{min}) und den minimalen Wenderadius (r_{min}) der Fahrzeuge berücksichtigen. Bei einem Spurwechsel zwischen Streckenmanövern beträgt d_l unter Beachtung von r_{min} (siehe Abbildung 5.15)

$$d_l \geq 2 \cdot r_{min} \quad (5.28)$$

und unter der Beachtung von l_{min} mit dem Mittelpunktswinkel $\frac{\pi}{2}$

$$d_l \geq \frac{4}{\pi} \cdot l_{min}. \quad (5.29)$$

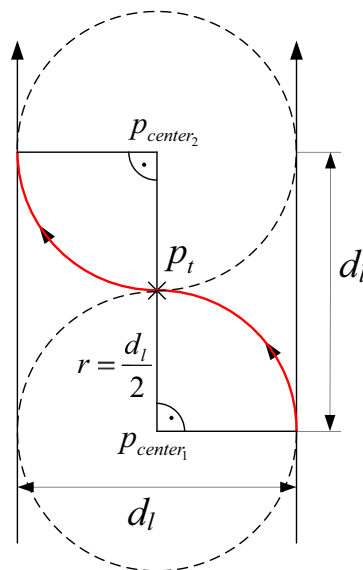


Abbildung 5.15.: Anforderungen an den Missionsplan für den Spurwechsel zwischen Streckenmanövern

ist, die zum Spurwechsel benötigt wird. α wird unter Verwendung des Kosinussatzes in dem von den Punkten p_{center} , p_{center_1} und p_{center_2} aufgespannten Dreieck mit den Seitenlängen d_r , $r + \frac{d_r}{2}$ und $r + \frac{d_r}{2}$ mit

$$\alpha = \arccos \left(\frac{2 \cdot d_r^2}{(d_r + 2 \cdot r)^2} \right) \quad (5.35)$$

ermittelt. Andererseits muss die Länge eines Kreisbogenmanövers (siehe Abbildung 5.17)

$$l_{arc} \geq 2 \cdot \alpha_f \cdot r \quad (5.36)$$

betragen. Dabei ist $r = \min(r_1, r_2)$ und α_f der die Formation einschließende Mittelpunktswinkel und kann mit

$$\alpha_f = \arcsin \frac{fl}{r_2} \quad (5.37)$$

bestimmt werden, wobei fl die Länge der zu Beginn definierten Formation ist.

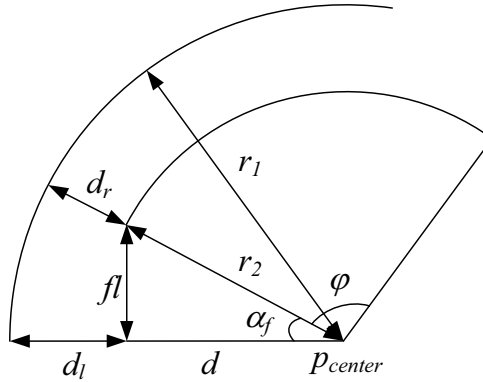


Abbildung 5.17.: Anforderung an die Länge eines Kreisbogenmanövers

Die Anforderung aus Gleichung 5.36 kann auch als $\varphi \geq 2 \cdot \alpha_f$ formuliert werden, wobei φ der Mittelpunktswinkel eines Kreisbogenmanövers ist. d_r kann als (siehe Abbildung 5.17)

$$\begin{aligned} d_r &= r_1 - r_2 \\ &= d_l + d - r_2 \\ &= d_l + r_2 \cdot \cos \alpha_f - r_2 \\ &= d_l - r_2 \cdot (1 - \cos \alpha_f) \end{aligned} \quad (5.38)$$

angegeben werden. Somit beträgt der vertikale Abstand zwischen zwei Fahrzeugen in der zu Beginn definierten Formation bzw. der Abstand zwischen den Streckenmanövern

$$d_l \geq d_r + r_2 \cdot (1 - \cos \alpha_f). \quad (5.39)$$

5.7. Zusammenfassung

Eine kurzfristige Änderung der zu Beginn definierten Formation während einer Fahrt auf dem geplanten Missionsplan besteht in der Verengung der Formation im Falle von Sperrung eines Teils von dem Missionsplan eines Fahrzeugs durch ein Hindernis und die Wiederherstellung der Originalformation. Eine solche Änderung der Formation geschieht durch den Wechsel der Spur von einem Fahrzeug, auf dessen Missionsplan ein Hindernis auftritt, auf die Spur eines benachbarten Fahrzeugs und die Wiederkehr auf seinen Missionsplan. Somit gestattet eine Formationsänderung die Verwendung eines größeren Teils des geplanten Missionsplans, weil die Sperrung eines Teils des Missionsplans eines einzigen Fahrzeugs durch ein Hindernis nicht zu Verlusten an Missionsaufgaben der anderen Fahrzeuge führt. Ein Spurwechsel wird durch das Einfügen von zwei Kreisbogenelementen zwischen den Spuren, zwischen denen das Fahrzeug wechseln muss, realisiert. Solche Kreisbogenelemente werden zwischen den Spuren so platziert, dass ein stetiger Weg von der Startspur auf den ersten Kreisbogen, von diesem auf den zweiten Kreisbogen und davon auf die Zielspur entsteht. Ein Missionsplan besteht aus einer Folge von Strecken- und Kreisbogenmanövern, deswegen kann ein derartige Spurwechsel abhängig von der Kollisionsposition auf einem Manöver starten und auf einem anderen Manöver abgeschlossen werden. Außerdem ist die Bestimmung der Parameter eines Spurwechsels vor einem zu vermeidenden Hindernis anders als nach einem Hindernis, so dass insgesamt 11 Kombinationen aus Start- und Zielmanövern während einer Formationsänderung für jeweils vorher und nachher zustande kommen.

6. Bewertungskriterien

6.1. Anwendung verschiedener Umplanungsstrategien

Wenn die Hinderniskonstellatation durch Vorwissen bekannt ist, können auf Basis der Kollisionspositionen mehrere Umplanungsstrategien angewendet werden. Sind die Hindernisse auf dem Missionsplan beispielsweise so verteilt, dass bei einer Umplanung unter Einhaltung der Originalformation eine kurzfristige Rückkehr auf den Missionsplan möglich ist, muss entschieden werden, ob dies geschehen soll. Das könnte Vorteile bringen, wenn der hindernisfreie Abschnitt des Missionsplans überwiegend auf Streckenmanövern liegt, weil die Fahrzeuge im Allgemeinen nur darauf ihre Aufgaben z.B. Aufnahme von Messwerten erledigen. In diesem Fall soll ein Parameter definiert werden, der eine minimale Länge eines hindernisfreien Abschnitts beschreibt, damit die Nutzung Vorteile bringt. Ist der Missionsplan nicht genau abzufahren, weil z.B. die Fahrzeuge als aktuelle Aufgabe das Erreichen des Endpunkts eines Übergangsmissionsplans haben, sind die hindernisfreien Abschnitte eher uninteressant. So wird ein Bewertungskriterium benötigt, um verschiedene Umplanungsmöglichkeiten miteinander vergleichen zu können und die beste davon in der gegebenen Situation zu finden.

In [GSJO09] wurde ein derartige Bewertungskriterium zum Vergleich verschiedener Lösungen vorgeschlagen, das in dieser Arbeit Anwendung findet und im Folgenden vorgestellt wird.

Wenn verschiedene Umplanungslösungen vorhanden sind, wird für jede ein Bewertungskriterium Θ^r berechnet, wobei $r = 1 \dots m$ für m Lösungen. Dabei wird die Lösung r realisiert, wenn $\Theta^r > \Theta^s$ für $r, s \in \{1 \dots m\}, r \neq s$. Es werden drei unterschiedliche Kriterien bewertet:

1. Formationserhaltung ($\Theta_{formation}^r$)
2. Nutzung des geplanten Missionsplans (Θ_{path}^r)
3. Länge des umgeplanten Missionsplans (Θ_{length}^r)

Die Summe davon ergibt Θ^r

$$\Theta^r = \Theta_{formation}^r + \Theta_{path}^r + \Theta_{length}^r. \quad (6.1)$$

Diese Kriterien können nach ihrer Wichtigkeit gewichtet werden und an die gegebene Situation angepasst werden.

6.2. Formationserhaltung

Der Term $\Theta_{formation}^r$ bewertet die Einhaltung der zu Beginn definierten Formation während einer Umplanung r und wird mit

$$\Theta_{formation}^r = x_{f_1}^r \cdot \left(\frac{l_{f,n}^{r,leader}}{l_s^{r,leader}} \right) + x_{f_2}^r \cdot \left(\frac{1}{l_s^r} \right) \cdot \sum_{i=2}^{n-1} \frac{l_{f,i}^r}{n-i+1} \quad (6.2)$$

definiert. Der Gewichtungsfaktor x^r kann in verschiedenen Szenarien unterschiedlich gewählt werden. Ein Szenario kann ein Übergangsmissionsplan sein, wo es wichtig ist, dass die Fahrzeuge einen vordefinierten Endpunkt erreichen, ab dem sie mit der Erledigung ihrer Aufgabe beginnen. Dabei kommt es nicht auf das genaue Abfahren des geplanten Missionsplans an, sondern auf die Formationserhaltung und die sichere Kollisionsvermeidung. Ein anderes wichtiges Szenario ist die Sammlung von Informationen aus der Umgebung durch Sensoren, wobei die Fahrzeuge strikt in Formation fahren müssen, um gültige Daten zu liefern, da die Sensordaten nach der Mission kombiniert werden. In solchen Szenarien muss x^r groß gewählt werden. Weiterhin gestattet die Definition von $\Theta_{formation}^r$ unterschiedliche Bewertungen für Missionsplanabschnitte, wo die Formation erhalten sein muss, und andere Abschnitte, wo ein Teil der Fahrzeuge ihren geplanten Missionsplan nutzen. Der Gewichtungsfaktor $x_{f_1}^r$ wird verwendet, um die Wichtigkeit der Formationserhaltung zu bestimmen. Er wird mit dem Verhältnis der Pfadlänge des virtuellen Führungsfahrzeugs (FFZ) im umgeplanten Missionsplan ($l_{f,n}^{r,leader}$), wo die Formation erhalten bleibt, zu der kompletten Länge des umgeplanten Missionsplans des FFZ ($l_s^{r,leader}$) multipliziert.

Unter Verwendung des zweiten Terms in Gleichung 6.2

$$x_{f_2}^r \cdot \left(\frac{1}{l_s^r} \right) \cdot \sum_{i=2}^{n-1} \frac{l_{f,i}^r}{n-i+1} \quad (6.3)$$

ist es möglich, die Streckenmanöver zu gewichten, wo die Formation zum Teil erhalten bleibt. Wenn ein Fahrzeug seinen Missionsplan verlässt, fahren immerhin noch $n-1$ Fahrzeuge in der alten Formation auf ihren geplanten Missionsplänen. Je mehr die Formation geändert wird, desto weniger Wert erhält dieser Term. Üblicherweise wird $x_{f_2}^r < x_{f_1}^r$ gewählt und es ist möglich $x_{f_2}^r = 0$ zu wählen, wenn nur die komplette Formationserhaltung von Interesse ist. Die verwendeten Längen der Streckenmanöver sind einerseits die Summe der Längen der Streckenmanöver aller Fahrzeuge im umgeplanten Missionsplan, wo i der n Fahrzeuge in der zu Beginn definierten Formation fahren ($l_{f,i}^r$), andererseits die Summe der Längen aller Streckenmanöver im umgeplanten Missionsplan (l_s^r).

6.3. Nutzung des geplanten Missionsplans

Die Bewertung der Nutzung des geplanten Missionsplans übernimmt der Term Θ_{path}^r , ohne auf die zu Beginn definierten Formation zu achten. Sollen Informationen an genau definierten Stellen gesammelt werden, ist die Gewichtung dieses Terms groß zu wählen. In diesem Fall werden Lösungen bevorzugt, die das Fahrzeugteam auf den Streckenmanövern des geplanten Missionsplans oder Teile davon bei Formationsänderung führen. Die Gleichung hierfür lautet

$$\Theta_{path}^r = x_{p,t}^r \cdot \left(\frac{l_{p=t}^r}{l_s} \right) + x_{p,a}^r \cdot \left(\frac{l_{p=a}^r}{l_s} \right). \quad (6.4)$$

In diesem Kriterium werden Strecken- und Kreisbogenmanöver durch die Nutzung der Gewichtungsfaktoren $x_{p,t}^r$ für Streckenmanöver und $x_{p,a}^r$ für Kreisbogenmanöver unterschiedlich bewertet. Weiterhin wird der entsprechende Gewichtungsfaktor in den beiden Fällen mit dem Verhältnis der Summe der Längen der Missionsplanabschnitte im umgeplanten Missionsplan für alle Fahrzeuge, in denen der Originalmissionsplan genutzt wird ($l_{p=t}^r$ auf Streckenmanöver und $l_{p=a}^r$ auf Kreisbogenmanöver), zu der Summe der Länge des geplanten Missionsplans für alle Fahrzeuge multipliziert (l_s). Für die Untersuchung eines bestimmten Gebiets werden normalerweise die sogenannten „Lawnmower“ Manöver verwendet, die aus Streckenmanövern und 180°-Kreisbogenmanövern zum Wenden bestehen, wobei Informationen nur auf den Streckenmanövern gesammelt werden. In diesem Fall können die Kreisbogenmanöver eine geringere oder gar keine Bewertung bekommen. Falls die Strecken- und Kreisbogenmanöver gleich wichtig sind, wird die Gleichung 6.4 zu

$$\Theta_{path}^r = x_p^r \cdot \left(\frac{l_p^r}{l_s} \right) \quad (6.5)$$

vereinfacht.

6.4. Länge des umgeplanten Missionsplans

Die Länge des umgeplanten Missionsplans wird mit Θ_{length}^r bewertet, wobei diese groß zu gewichten gilt, wenn die Lösung mit dem kürzesten Weg gewählt werden muss. Dies kommt bei langen Missionen vor, wo der Energieverbrauch gering gehalten werden muss und demzufolge kürzere Umplanungswege zu bevorzugen sind. Die Gleichung für dieses Kriterium ist

$$\Theta_{length}^r = x_{length}^r \cdot (l_s - l_s^r), \quad (6.6)$$

wobei x_{length}^r der Gewichtungsfaktor ist. Das Ergebnis kann negativ sein, wenn der umgeplante Weg länger als der Weg im ursprünglichen Plan ist.

6.5. Wahl der Gewichtungsfaktoren

Die Wahl der Gewichtungsfaktoren ist abhängig von dem geplanten Missionsplan und seiner durch das Fahrzeugteam zu erfüllenden Aufgabe. Tabelle 6.1 zeigt eine typische Wahl der Gewichtungsfaktoren für vier verschiedene Szenarien.

Tabelle 6.1.: Wahl der Gewichtungsfaktoren in verschiedenen Szenarien

Szenario	Formationserhaltung		Orginalplannutzung		Umgeplante Weglänge
	$x_{f_1}^r$	$x_{f_2}^r$	$x_{p,t}^r$	$x_{p,a}^r$	x_{length}^r
Übergang	+ / o	o	–	–	+
Lawnmower	o	o	+	–	o
Messung	+	+ / o	+	+ / o	–
Zielverfolgung	+ / o	–	o	o	o
Legende: +: Wichtig (hoher Wert), o: Mittelwichtig (mittlerer Wert), –: Nicht wichtig (geringer Wert oder Null)					

Bei einem Übergangsmissionsplan ist die Lösung mit dem kürzesten Weg am wichtigsten, wobei die Nutzung des geplanten Missionsplans unwichtig und Formationserhaltung nur wegen der Kollisionsvermeidung wichtig ist. Die Nutzung des geplanten Missionsplans hat eine große Bedeutung bei der Sammlung von Informationen aus der Umgebung. Dabei ist in einem Missionsplan vom Typ „Lawnmower“ die Nutzung der Streckenmanöver besonders wichtig, weil normalerweise nur darauf Informationen gesammelt werden und die Kreisbogenmanöver vielmehr zum Wenden geplant werden. Bei solchen Missionen spielt die Länge des Missionsplans eine untergeordnete Rolle. Bei einem Missionsplan mit einer Messungsaufgabe, wo die Daten nach der Mission kombiniert werden, ist ein besonderer Wert auf die Erhaltung der Formation zu legen, auch wenn dies zu einem längeren Weg führt. Im Fall von einem Missionsplan mit einer Verfolgungsaufgabe, wo die Fahrzeuge ein sich bewegendes Ziel verfolgen müssen, spielt die Formationserhaltung eine wichtige Rolle besonders aufgrund der einfacheren Kollisionsvermeidung und der Einhaltung der Fahrzeuge auf Kurs zur Einschätzung der Position des Zielobjekts. Dabei ist die Nutzung des geplanten Missionsplans und die Länge des umgeplanten Missionsplans von geringeren Interesse, da durch die Beachtung das Zielobjekt entgehen könnte.

6.6. Zusammenfassung

Wenn mehrere Umplanungsstrategien für eine konkrete Situation existieren, muss abhängig vom geplanten Missionsplan, der Hinderniskonstellation und der Aufgabe des Fahrzeugteams die beste gewählt werden. Ein Bewertungskriterium Θ^r bewertet alle m mögliche Lösungen, wobei die Lösung mit dem größten Wert Einsatz findet. Dieses Kriterium besteht aus der Summe von drei Termen $\Theta_{formation}^r$ zur Bewertung der Erhaltung der zu Beginn definierten Formation, Θ_{path}^r zur Bewertung der Nutzung des geplanten Missionsplans und Θ_{length}^r zur Bewertung der Länge des umgeplanten Missionsplans. Alle Terme besitzen Gewichtungsfaktoren, durch sie ein direkter Einfluss auf das entsprechende Kriterium und somit auf die Wahl der Umplanungsstrategie genommen werden kann. Auf diese Weise kann die eine Umplanungsstrategie, die die beste unter den gefundenen Strategien in der gegebenen Situation ist, zur Umplanung des geplanten Missionsplans eingesetzt werden.

7. Umsetzung und Simulation

7.1. Softwaretechnische Umsetzung

Die in dieser Arbeit entwickelten Algorithmen wurden unter MATLAB® [THE10] implementiert. Die Entscheidung dafür wurde aufgrund dessen umfangreichen Funktionen zum effizienten Umgang mit mathematischen Gleichungen und Matrizen, die die Hauptdatenstrukturen dieser Arbeit darstellen, getroffen. Weiterhin war seine Fähigkeit zur schnellen grafischen Darstellung der Ergebnisse zum Testen der Algorithmen sehr hilfreich.

Die unter MATLAB® implementierten Funktionen werden im Folgenden im Überblick vorgestellt. Auf die Beschreibung der softwaretechnischen Details wird in dieser Arbeit verzichtet, da dies den Rahmen sprengen würde.

Beschreibung ausgewählter Funktionen

Die Vorstellung des Programmablaufs wird anhand von Flussdiagrammen durchgeführt, anschließend erfolgt eine kurze Beschreibung ausgewählter Programmfunktionen. Wenn in der grafischen Benutzeroberfläche die Umplanung gestartet wird, wird die in der Datei

GREX_MIPOC.m stehende Funktion *pushbutton11* ausgeführt. Diese bekommt die Missionsplanmatrix *GREX_MissionData.mat* und die Hindernismatrix *Pico_Obstacles.mat* als Eingabe und berechnet eine Umplanung der Missionspläne. Anschließend werden die neuen Missionspläne graphisch dargestellt. Der erzeugte Missionsplan wird in einer Matrix *manoeuvreMat* abgespeichert. Abbildung 7.1 zeigt das Flussdiagramm der Hauptfunktionen zur Formationsfahrt. Tabelle 7.1 zeigt eine Liste ausgewählter Funktionen zur Formationsfahrt mit einer kurzen Beschreibung und der Nummer des Kapitels in dieser Arbeit, in dem sie dargelegt wurden.

Abbildung 7.2 zeigt das Flussdiagramm der Hauptfunktionen zur Formationsänderung. Tabelle 7.2 zeigt eine Liste ausgewählter Funktionen zur Formationsänderung mit einer kurzen Beschreibung und der Nummer der Abbildung in dieser Arbeit, in der sie dargestellt wurden.

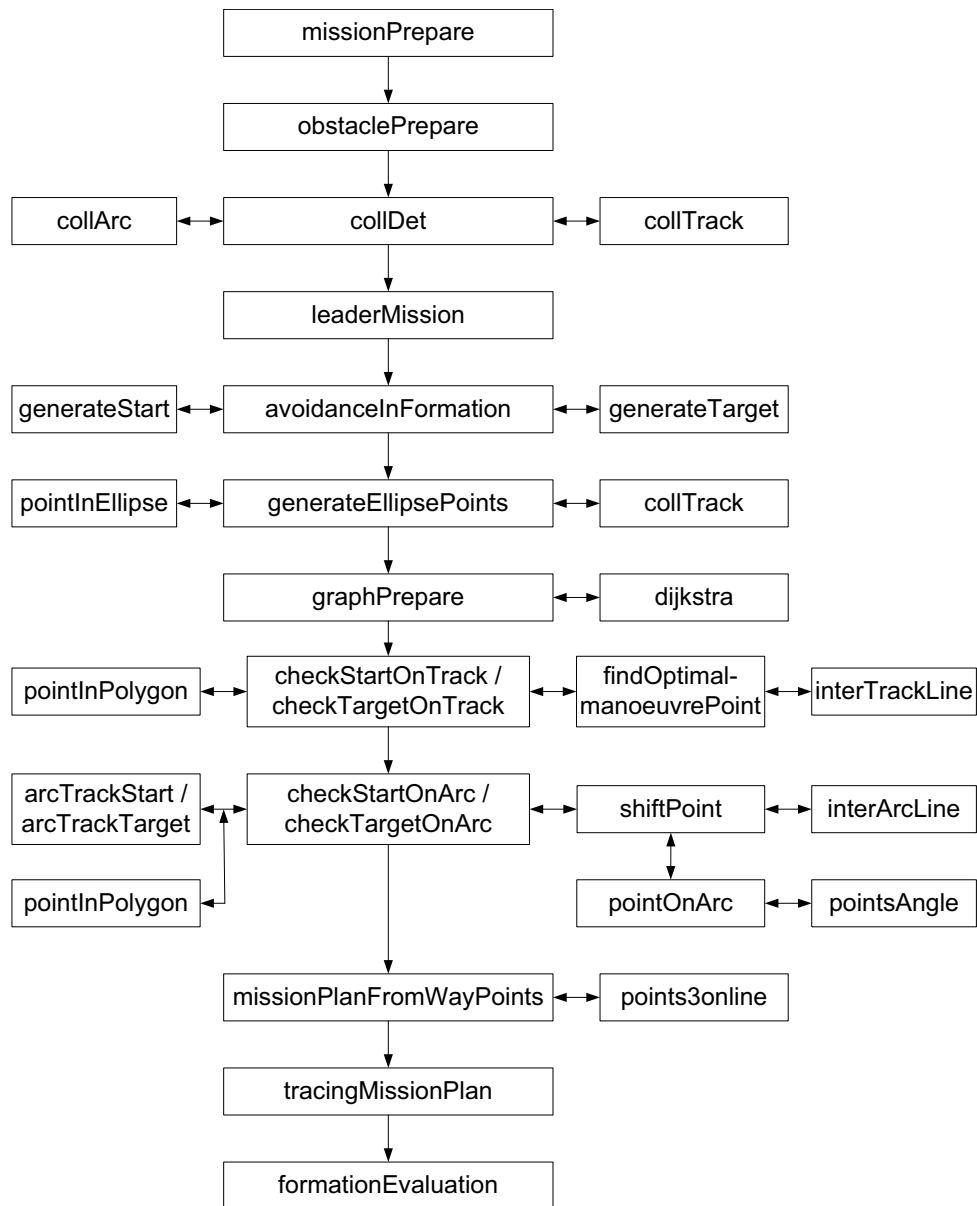


Abbildung 7.1.: Flussdiagramm der Hauptfunktionen zur Formationsfahrt



Abbildung 7.2.: Flussdiagramm der Hauptfunktionen zur Formationsänderung

Tabelle 7.1.: Liste ausgewählter Funktionen zur Formationsfahrt

Funktion	Beschreibung	Kapitel
obstaclePrepare	Berechnung der Hindernisvergrößerung	3.4
collDet	Kollisionserkennung	3.2
leaderMission	Missionsplan des FFZ	4.5
avoidanceInFormation	Formationsfahrt	4
generateStart	Startpunktgenerierung	4.6
generateTarget	Zielpunktgenerierung	4.6
generateEllipsePoints	Ellipsendiskretisierung	3.5
graphPrepare	Modifikation des Suchgraphen	4.8.2
checkStartOnTrack	Modifikation des Startpunkts	4.8.3
checkTargetOnTrack	Modifikation des Zielpunkts	4.8.3
arcTrackStart	Kreisbogen – Strecke an x_{Start}	4.3.3
arcTrackTarget	Kreisbogen – Strecke an x_{Ziel}	4.3.3
checkStartOnArc	Machbarkeit von arcTrackStart	4.3.3
checkTargetOnArc	Machbarkeit von arcTrackTarget	4.3.3
missionPlanFromWayPoints	Missionsplan des FFZ erzeugen	4.9.1
arc	Strecke – Strecke	4.3.2
tracingMissionPlan	Missionspläne des Fahrzeugteams	4.9.2
formationEvaluation	Bewertung der Formationsfahrt	6

Tabelle 7.2.: Liste ausgewählter Funktionen zur Formationsänderung

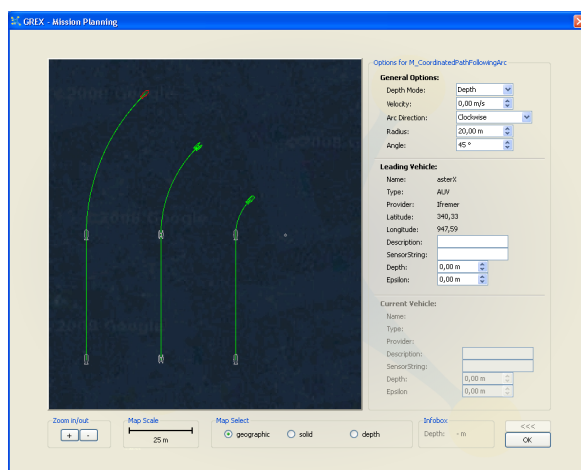
Funktion	Beschreibung	Abbildung
trackArcsPrior	Strecke – Strecke – vorher	5.4
trackArcsAfter	Strecke – Strecke – nachher	5.8
trackArcsArcPrior	Strecke – Kreisbogen – vorher	A.7 und 5.13
trackArcsArcAfter	Strecke – Kreisbogen – nachher	A.6 und A.5
arcArcsTrackPrior	Kreisbogen – Strecke – vorher	5.12 und A.4
arcArcsTrackAfter	Kreisbogen – Strecke – nachher	A.9 und A.8
arcs2InsidePrior	Kreisbogen (innen) – Kreisbogen – vorher	5.9
arcs2InsideAfter	Kreisbogen (innen) – Kreisbogen – nachher	A.2
newArcArcPrior	neuer Kreisbogen – Kreisbogen – vorher	A.11 und A.12
newArcArcAfter	neuer Kreisbogen – Kreisbogen – nachher	A.15 und A.16
arcNewArcPrior	Kreisbogen – neuer Kreisbogen – vorher	5.14 und A.10
arcNewArcAfter	Kreisbogen – neuer Kreisbogen – nachher	A.13 und A.14
arcs2OutsidePrior	Kreisbogen (außen) – Kreisbogen – vorher	A.1
arcs2OutsideAfter	Kreisbogen (außen) – Kreisbogen – nachher	A.3
laneChangeMissionplan	Missionspläne des Fahrzeugteams	–
laneChangeEvaluation	Bewertung der Formationsänderung (Kap. 6)	–

7.2. Simulative Untersuchung der Kollisionsvermeidung

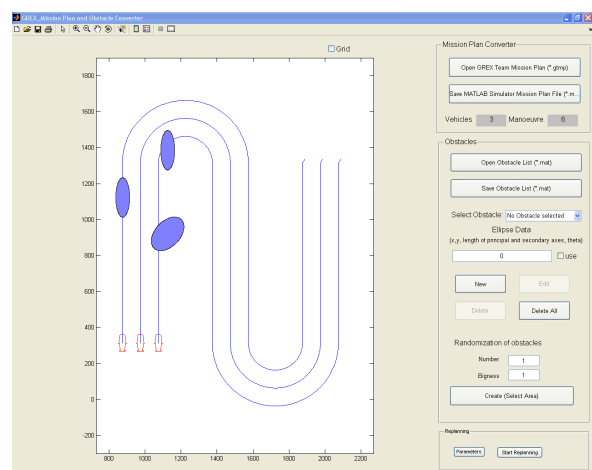
7.2.1. Simulationsumgebung

In den vorhergehenden Kapiteln wurden die einzelnen Algorithmen und Verfahren zur hinderisfreien Pfadplanung für Teams aus autonomen maritimen Fahrzeugen im Detail vorgestellt, in denen die Überprüfung ihrer Funktionalität erfolgte. Die Untersuchung des Zusammenwirkens der einzelnen Algorithmen wird in diesem Abschnitt simulativ dargelegt. Dabei erfolgt ein Vergleich der Wegeplanung der Formationsfahrt und der Formationsänderung bezüglich des umgeplanten Missionsplans bei einer bestimmten Hinderniskonstellation unter Verwendung der im Kapitel 6 vorgestellten Bewertungskriterien.

Für die Planung eines Missionsplans für ein Fahrzeugteam wurde am Fachgebiet Systemanalyse [FAC10] von Herrn Dipl.-Ing. Matthias Schneider ein Planungstool (GREX Mission Planning) entwickelt, das die Planung von Missionsplänen für eine beliebige Anzahl von Fahrzeugen unter Beachtung der Formationstreue vereinfacht (siehe Abbildung 7.3(a)). Für eine einfache und schnelle simulative Darstellung der Ergebnisse der Umplanung wurde am Fachgebiet Systemanalyse von Herrn Dr.-Ing. Thomas Glotzbach eine Simulationsumgebung unter MATLAB® [THE10] (GREX_MISSION Plan and Obstacle Converter) realisiert (siehe Abbildung 7.3(b)). Diese ermöglicht die Konvertierung der Datenstrukturen von Missionsplänen des Tools „GREX Mission Planning“ in die im Abschnitt 2.3.2 vorgestellten Datenstrukturen der Missionspläne. Zusätzlich steht dem Nutzer die Möglichkeit elliptische Hindernisse für Testzwecke zu erzeugen und bearbeiten.



(a) GREX Mission Planning



(b) GREX_MISSION Plan and Obstacle Converter

Abbildung 7.3.: Planungswerkzeuge

7.2.2. Ausgewählte Beispiele

Anhand ausgewählter Beispiele wird in diesem Abschnitt die Funktionsweise der Formationsfahrt und der Formationsänderung demonstriert.

Abbildung 7.4 zeigt einen Missionsplan eines Teams aus vier Fahrzeugen, der in seinem Aufbau die Anforderungen an einen Missionsplan sowohl für die Formationsfahrt (siehe Abschnitt 4.10) als auch für die Formationsänderung (siehe Abschnitt 5.6) erfüllt. Dieser Missionsplan ist vom Typ „Lawnmower“ und wird üblicherweise zur Untersuchung eines bestimmten Gebiets durch die Aufnahme von Messwerten verwendet. Auf diesem Missionsplan wurden Hindernisse verteilt und die Umplanung unter Einhaltung der zu Beginn definierten Formation bzw. durch deren Änderung durchgeführt.

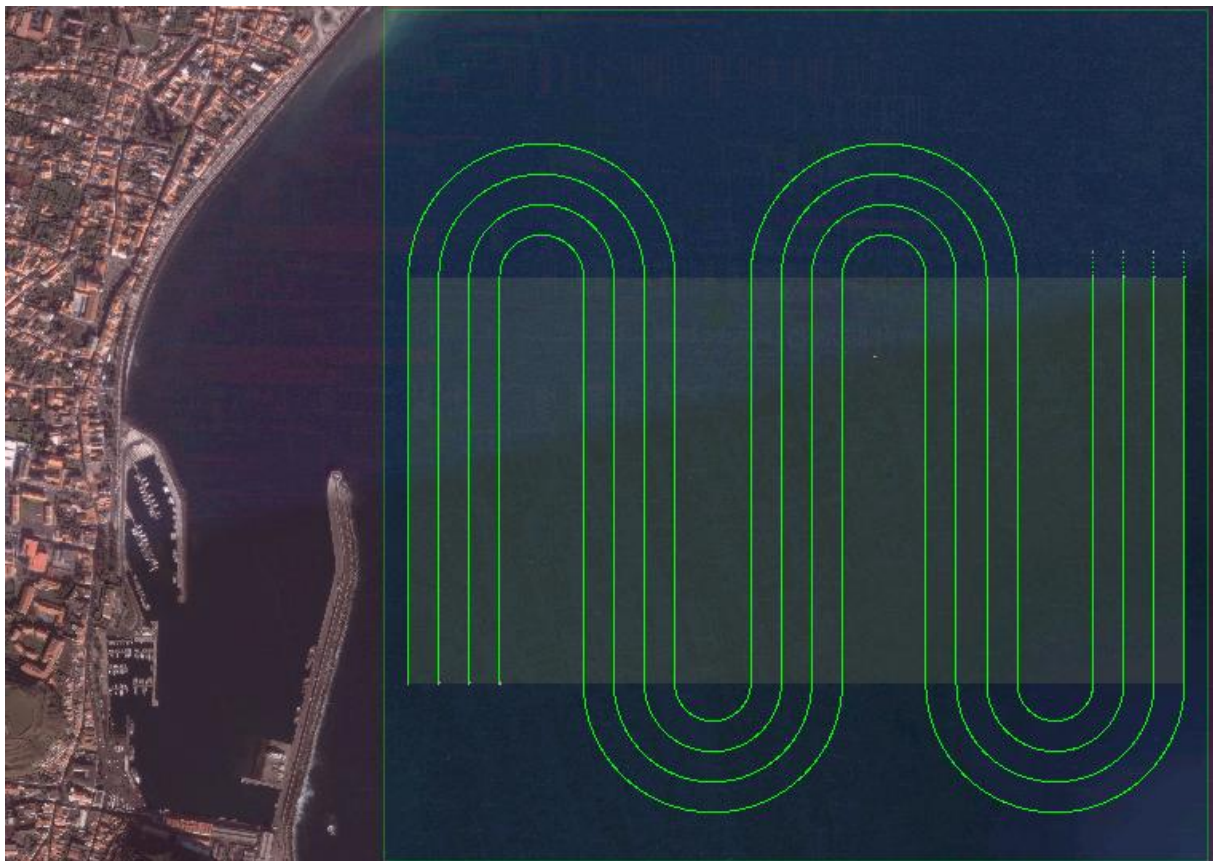


Abbildung 7.4.: Missionsplan eines Teams aus vier Fahrzeugen

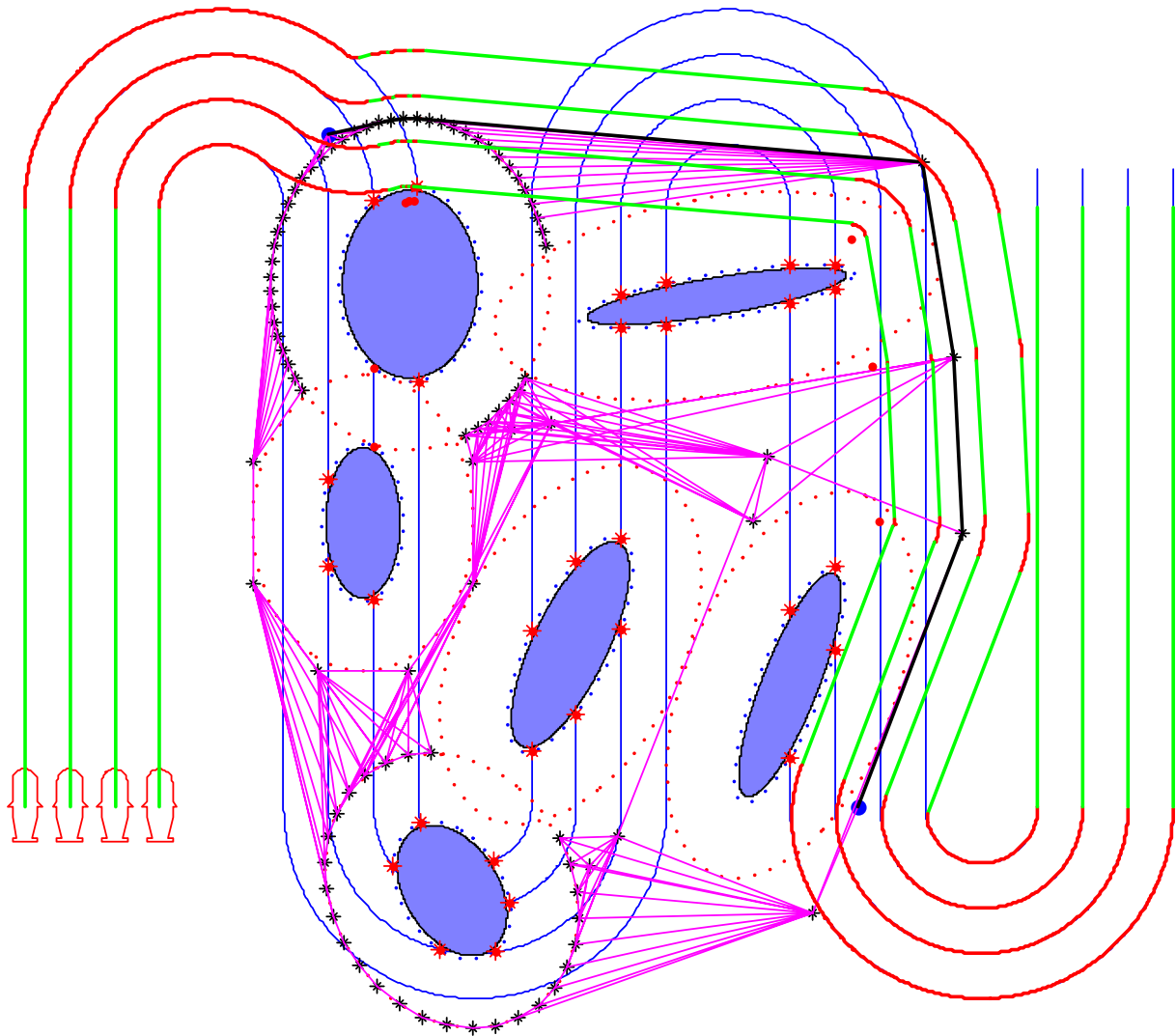


Abbildung 7.5.: Umplanung unter Einhaltung der Teamformation und Nutzung von Kreisbogenmanövern

Abbildung 7.5 zeigt eine Hinderniskonstellation und den umgeplanten Missionsplan, wobei deutlich zu erkennen ist, dass die Fahrzeuge Teile von den Kreisbogenmanövern, auf denen die Start- und Zielposition der Umplanung liegen, in ihrem umgeplanten Missionsplan verwenden, um mehr von dem geplanten Missionsplan zu nutzen.

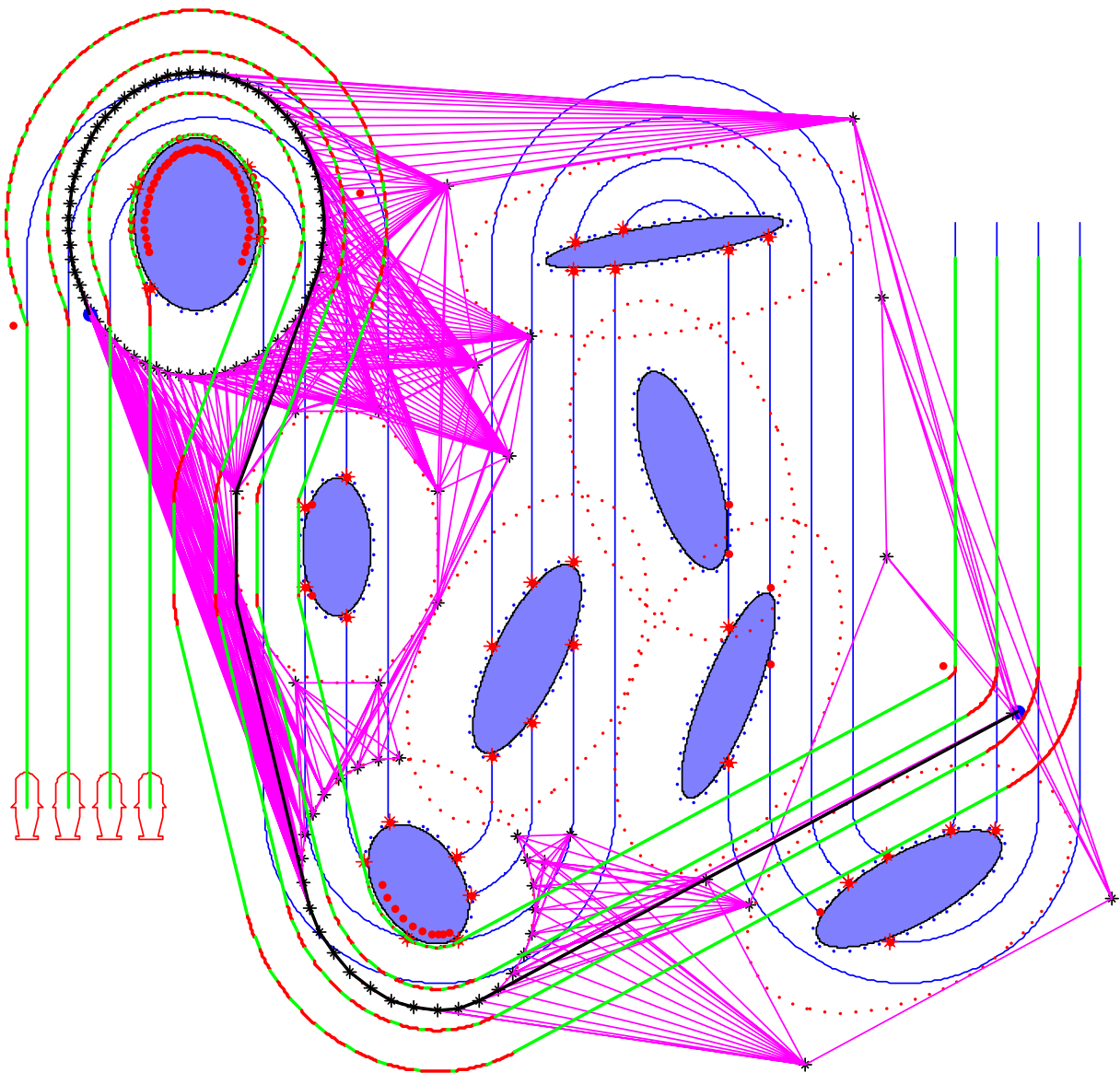


Abbildung 7.6.: Umplanung unter Einhaltung der Teamformation und Nutzung längerer Wege

Abbildung 7.6 zeigt eine andere Hinderniskonstellation, wo die Fahrzeuge einen Weg nutzen, der zwischen den Hindernissen führt. Dabei ist dieser Weg zwar nicht der kürzeste Weg zwischen der Start- und Zielposition, aber der kürzeste zulässige Weg für das komplette Fahrzeugteam.

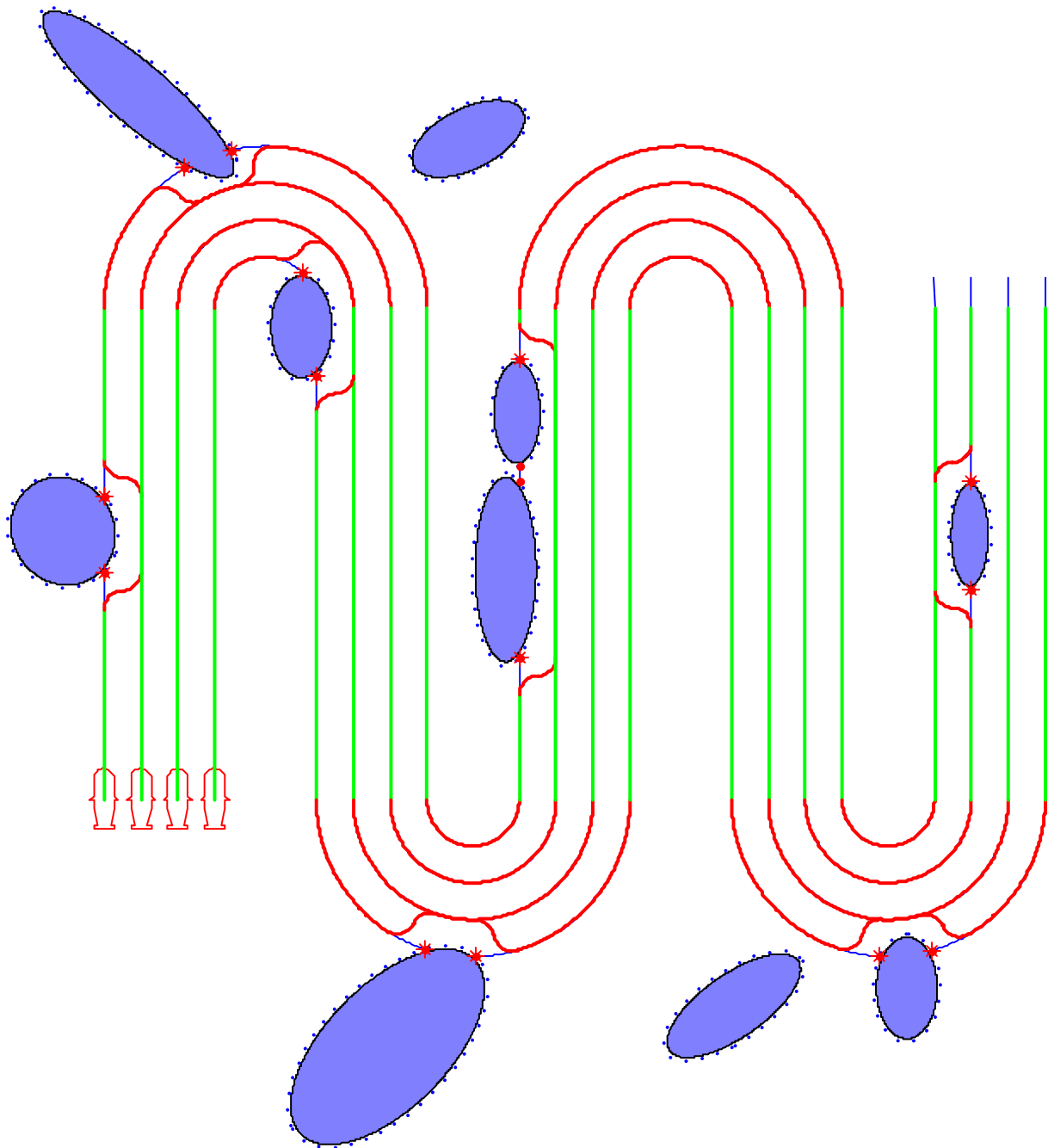


Abbildung 7.7.: Umplanung unter Verwendung der Formationsänderung

Abbildung 7.7 zeigt ein Beispiel, in dem die Umplanung unter Verwendung der Formationsänderung stattfindet. Dabei wechseln die Fahrzeuge, denen Missionsplan durch Hindernisse gesperrt ist, ihre Spur und fahren für die Dauer der Hindernisvermeidung auf einem hindernisfreien Missionsplan eines benachbarten Fahrzeugs. Danach kehren sie wieder auf ihren geplanten Missionsplan zurück.

7.2.3. Vergleich von Formationsfahrt und Formationsänderung

Zur Untersuchung der Kollisionsvermeidung wurde der in Abbildung 7.8 dargestellte Missionsplan eines Teams aus drei Fahrzeugen gebildet, auf dem fünf Hindernisse verteilt wurden. Bei der Umplanung erfolgte ein Vergleich der Wegeplanung der Formationsfahrt und der Formationsänderung anhand der Bewertungskriterien aus Kapitel 6.

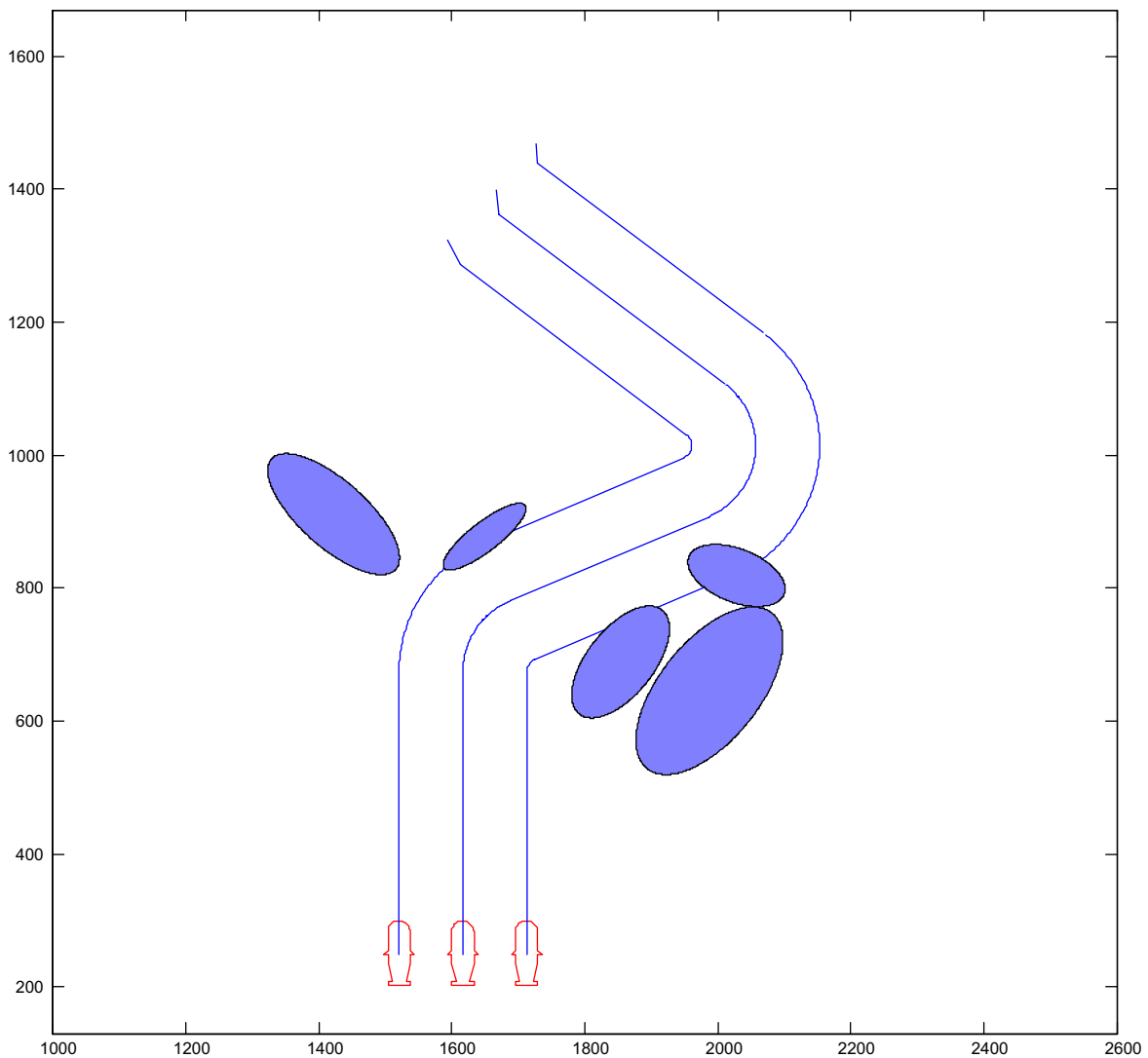


Abbildung 7.8.: Ein geplanter Missionsplan mit Hindernissen

Tabelle 7.3 stellt die Ergebnisse der Umplanung des geplanten Missionsplans, zum einen unter Verwendung der Wegeplanung der Formationsfahrt, zum anderen unter Verwendung der Formationsänderung, in zwei verschiedenen Missionsszenarien im Vergleich dar.

Tabelle 7.3.: Testszenarien

Szenario	Messung		Übergang	
Parameter	$x_{f_1} = 1 ; x_{f_2} = 0,75 ; x_{p,t} = 1$ $x_{p,a} = 0,75 ; x_{length} = 0$		$x_{f_1} = 0,75 ; x_{f_2} = 0,5 ; x_{p,t} = 0$ $x_{p,a} = 0 ; x_{length} = 1$	
Planung	Erhaltung der Formation	Änderung der Formation	Erhaltung der Formation	Änderung der Formation
$\Theta_{formation}$	1,75	1,0993	1,25	0,7672
Θ_{path}	0,3209	0,7752	0	0
Θ_{length}	0	0	-234,259	-98,222
Θ	2,0709	1,8745	-233,009	-97,4548

Zunächst erfolgte die Umplanung unter Einhaltung der zu Beginn definierten Formation (siehe Abbildung 7.9). Anschließend wurde die Kollisionsvermeidung durch die Änderung der zu Beginn definierten Formation durchgeführt (siehe Abbildung 7.10). Dabei wechseln das rechte Fahrzeug und das linke Fahrzeug ihre Spuren und nutzen für die Dauer der Kollisionsvermeidung die Spur des mittleren Fahrzeugs.

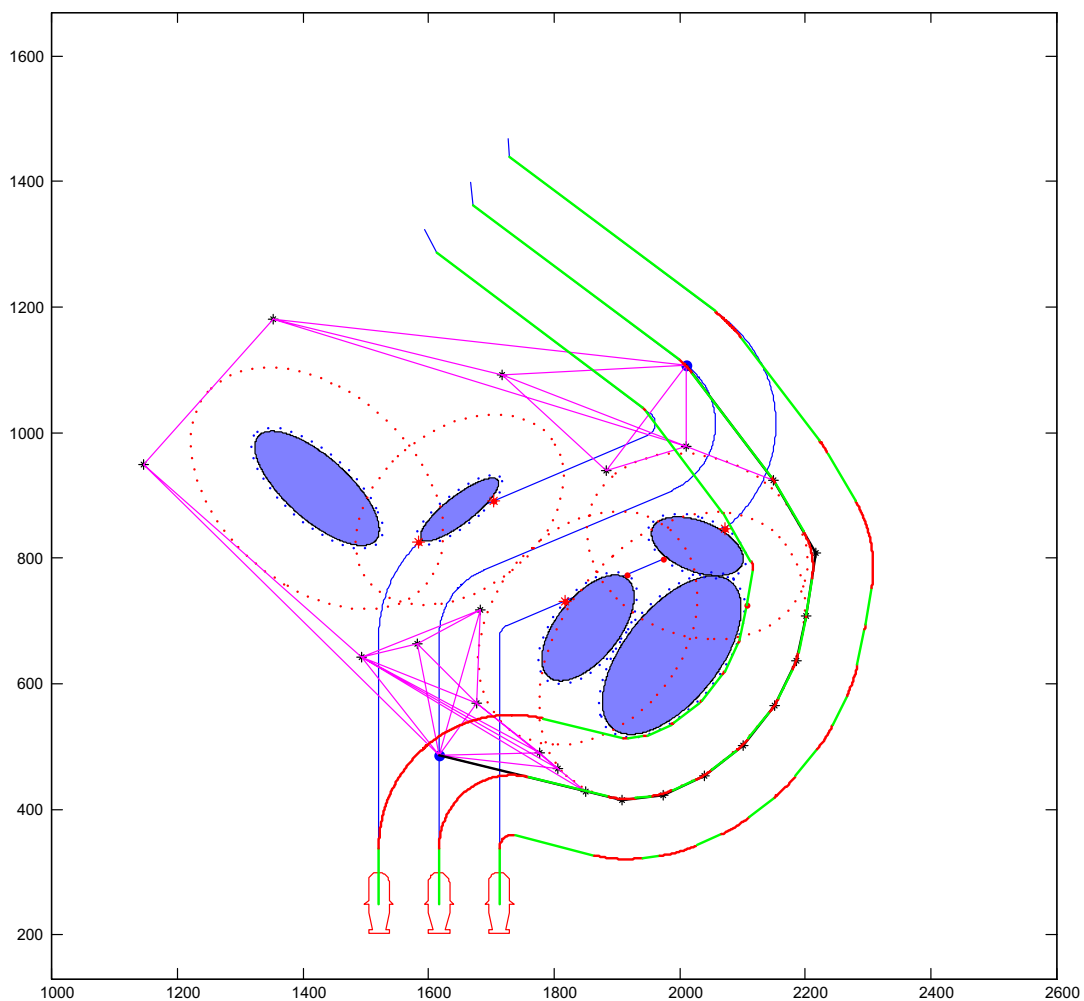


Abbildung 7.9.: Umplanung des geplanten Missionsplans mit Formationserhaltung

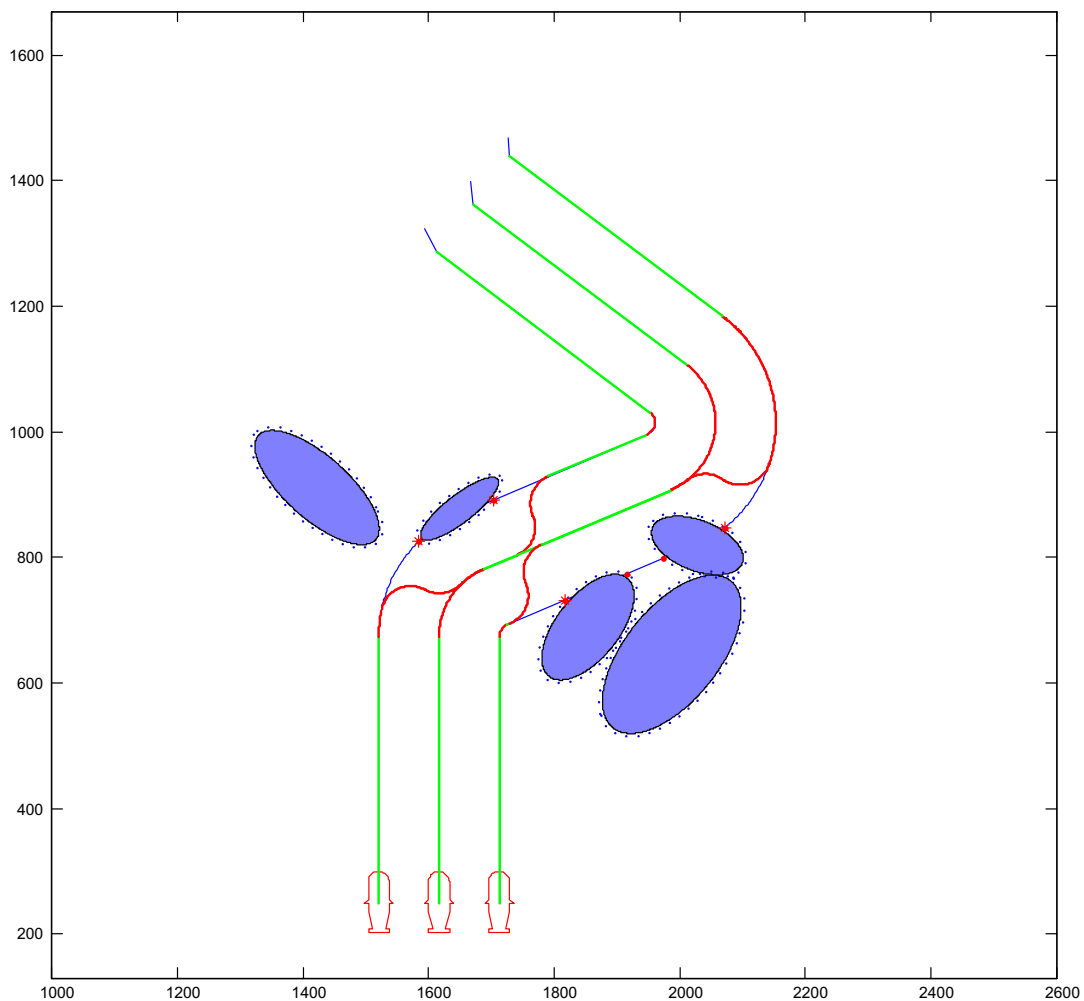


Abbildung 7.10.: Umplanung des geplanten Missionsplans mit Formationsänderung

Der Vergleich der beiden Verfahren bei einer Messungsaufgabe zeigt, dass eine Realisierung der Wegeplanung unter Einhaltung der zu Beginn definierten Formation zu bevorzugen ist. Dies liegt im Wesentlichen daran, dass ein hoher Wert auf die Formationserhaltung ($x_{f_1} = 1$ und $x_{f_2} = 0,75$) gelegt wurde. Die Begründung hierfür ist, dass in einer Messungsaufgabe die gemessenen Daten nach der Mission kombiniert werden. Deswegen ist ein besonderer Wert auf die Erhaltung der Formation zu legen, auch wenn dies zu einem längeren Weg ($x_{length} = 0$) führt, um gültige Daten zu liefern. Dabei spielt die Nutzung der geplanten Streckenmanöver ($x_{p,t} = 1$) eine größere Rolle als die Nutzung der Kreisbogenmanöver ($x_{p_a} = 0,75$), weil die Messung hauptsächlich auf den Streckenmanövern stattfindet.

Im Gegensatz dazu wird bei einem Übergangsmissionsplan die Variante mit der Formationsänderung bevorzugt, was in der Wahl eines hohen Werts für die Weglänge des umgeplanten Missionsplans ($x_{length} = 1$) begründet liegt. Bei einem Übergangsmissionsplan ist es wichtig, dass die Fahrzeuge einen vordefinierten Endpunkt erreichen, ab dem sie mit der Erledigung ihrer Aufgabe beginnen, wobei die Länge des Wegs von großer Bedeutung ist. Dabei spielt die

Einhaltung der Formation eine kleinere Rolle ($x_{f_1} = 0,75$ und $x_{f_2} = 0,5$) und die Nutzung des geplanten Missionsplans ($x_{p,t} = x_{p_a} = 0$) keine Rolle.

7.3. Zusammenfassung

Für die Umplanung eines geplanten Missionsplans aufgrund einer Kollisionssituation wurden in dieser Arbeit die Verfahren der Formationserhaltung und der Formationsänderung entwickelt. Die Untersuchung dieser Verfahren haben gezeigt, dass die Entscheidung für eins davon von der aktuellen Missionsaufgabe abhängig ist. Dabei war die Simulationsumgebung unter MATLAB® bei den Tests der in dieser Arbeit entwickelten und angewendeten Verfahren und Algorithmen sehr hilfreich, wodurch auch die Korrektheit dieser Verfahren sichergestellt werden konnte.

8. Zusammenfassung und Ausblick

8.1. Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der Kollisionsvermeidung und der daraus resultierenden Neuberechnung eines hindernisfreien Wegs für Teams aus autonomen maritimen Fahrzeugen.

Das in [EIC07] entwickelte Konzept zur Wegeplanung der Hindernisvermeidung für ein Einzelfahrzeug wurde in dieser Arbeit für ein Team aus autonomen Marinefahrzeugen inklusive der Formationsfahrt erweitert und getestet. Liegt eine Kollisionssituation mit einem oder mehreren Hindernissen vor, soll der aktuelle Missionsplan umgeplant werden. Infolge dessen wird der aktuelle Missionsplan verworfen und die Erstellung eines neuen hindernisfreien Missionsplans initiiert. Dabei wird der neue Missionsplan abhängig von der aktuellen Missionsaufgabe des Teams aufgebaut und gegebenenfalls die Formationstreue der Fahrzeuge beachtet. Es fand eine Approximation des Verfahrens zur Kollisionserkennung statt, wobei die Fahrzeuge als punktförmige Körper modelliert und die Hindernisse um einen Sicherheitsbereich vergrößert wurden, der die Abmaße eines Fahrzeugs, mögliche Abweichungen des Fahrzeugs von der vorgegebenen Sollbahn und die Manövrierfähigkeit des Fahrzeugs berücksichtigt.

Bei der Umplanung wurden die Hindernisse um einen Bereich vergrößert, der die geometrische Ausdehnung der Formation des Fahrzeugteams berücksichtigt, um die Planung eines Wegs für das komplette Team auf eine Umplanung für ein virtuelles Führungsfahrzeugs zu reduzieren. Zusätzlich wurde der Sicherheitsabstand zu den Hindernissen verwendet, der ein kollisionsfreies Verlassen des Missionsplans als auch ein sicheres Wiedereinschwenken des Fahrzeugteams ermöglicht. Das entwickelte Konzept umfasst Funktionen zur Vergrößerung der Hindernisse, Diskretisierung dieser, Kollisionserkennung mit den Objekten, Start- und Zielpunktgenerierung, Modifizierung des Suchgraphen sowie des Start- und Zielpunkts (Generierung zulässiger Wege für das Fahrzeugteam), Änderung der Formation und Generierung neuer Missionspläne.

Die Kollisionserkennung basiert auf einem analytischen Verfahren zur Berechnung der Schnittpunkte zwischen den geometrischen Elementen des Missionsplans und den als Ellipsen modellierten Hindernissen. Weiterhin spielte die Kollisionserkennung eine wichtige Rolle bei der Start- und Zielpunktgenerierung, der Modifizierung dieser und der Überprüfung der Verbindungen des Sichtbarkeitsgraphen auf Schnittpunkte mit den Hindernissen. Die Verfahren zur Wegeplanung der Formationsfahrt wurden auf der Basis des Sichtbarkeitsgraphen für die Dar-

stellung der Umwelt in einem Graphen und des Dijkstra Algorithmus für die Suche nach dem kürzesten Weg in einem Graphen entwickelt. Die Änderung der Formation während einer Mission findet durch die Verwendung von zwei Kreisbogenmanövern statt, wobei diese so platziert werden, dass ein stetiger Weg zwischen der Start- und Zielspur zustande kommt. Zum Vergleich der verschiedenen Umplanungsstrategien wurden mehrere Bewertungskriterien eingesetzt, die abhängig von der aktuellen Missionsaufgabe gewichtet werden können.

Die Verfahren, die in dieser Arbeit Einsatz fanden, wurden auf der Grundlage der Anforderungen an einen Missionsplan für ein Team aus autonomen maritimen Fahrzeugen entwickelt und unter MATLAB[®] implementiert und auf Korrektheit überprüft. Diese Anforderungen sind durch die Erzeugung zulässiger Manöverlisten für jedes Fahrzeugs charakterisiert und von der Manövrierfähigkeit eines Unterwasserfahrzeugs und seiner spezifischen Kontrollerrealisierung abhängig.

8.2. Ausblick

Die Ausrichtung der Aufgabenstellung an praktischen Einsatzfällen, die Praxiserfahrung der Betreuer und die zeitliche Eingrenzung einer Diplomarbeit auf sechs Monaten ermöglichten zum einen den großen Antrieb bei der Erstellung dieser Arbeit, zum anderen konnten viele Ideen, Erweiterungen und neue Ansätze noch nicht untersucht werden.

Mit den vorgestellten Verfahren zur Wegeplanung der Formationsfahrt und der Formationsänderung ist es möglich, Hindernisse durch die Einhaltung der anfänglich vorhandenen Formation oder durch die Änderung dieser Formation, wenn die Sperrung lediglich eine Spur des Missionsplans betrifft, zu umfahren. Eine Kombination aus beiden Ansätzen bei einer Umplanung könnte abhängig von der Aufgabe der Mission Vorteile bringen, wenn z.B. möglichst viel vom geplanten Missionsplan genutzt werden soll, ohne dabei einen großen Wert auf die Einhaltung Teamformation zu legen.

Sollten die in dieser Arbeit entstandenen Umplanungsverfahren online zum Einsatz kommen, würde die Rechenzeit durch die Onlineanforderungen nach Echtzeitverhalten und das Setzen von zeitlichen Deadlines eine große Rolle spielen. In diesem Zusammenhang ist die Kollisionserkennung aufgrund ihres vielfältigen Einsatzes in den entwickelten Verfahren von zentraler Bedeutung. Die Reduzierung der Rechenzeit der Kollisionserkennung kann durch die Anwendung einer Vorphase wie z.B. den „sweep and prune“ Algorithmus erzielt werden. Somit verringert sich die Anzahl der auf eine Kollision zu überprüfenden Paare. Weiterhin benötigt der modifizierte Graph bei einer großen Knotenmenge aufgrund seiner Größe einen hohen Speicherbedarf, wobei die Speicherkapazität der Recheneinheit eines Unterwasserfahrzeugs sehr beschränkt ist. Da MATLAB[®] matrixorientiert arbeitet, wurde der Graph in einer Adjazenzmatrix gespeichert. Eine andere Möglichkeit zur Graphenspeicherung bietet die Adjazenzzliste an. Die Adjazenzz-

matrix bringt einen Vorteil in der Laufzeit mit sich, wobei zum Einfügen und Entfernen von Knoten eine konstante Laufzeit $\mathcal{O}(1)$ benötigt wird. Der Nachteil der Graphenspeicherung in einer Adjazenzmatrix liegt im hohen Speicherbedarf von $\mathcal{O}(n^2)$ im Gegensatz zu $\mathcal{O}(n + m)$ bei einer Adjazenzliste für einen Graphen mit n Knoten und m Kanten. Daher kann der Speicherbedarf für den modifizierten Graphen zum einen durch die Verwendung der Adjazenzliste für die Graphenspeicherung reduziert werden. Zum anderen kann nach [EIC07] und [JAC04] die Graphengröße durch die Verwendung des sektorisierten Sichtbarkeitsgraphen gesenkt werden. Weitere Ansätze aus der Literatur wie die Wegeplanung mit Potentialfeldern [HOM08] können im Hinblick auf die Wegeplanung eines Missionsplans für ein Team aus Unterwasserfahrzeugen unter der Einhaltung deren Anforderungen untersucht und anhand der Bewertungskriterien mit dem in dieser Arbeit entwickelten Verfahren bzw. anderen Verfahren verglichen werden.

A. Anhang

A.1. Ellipsendiskretisierungs-Algorithmus

Algorithmus zur Ellipsendiskretisierung

Eingabe: Ellipsenparameter (a, b) , l_{min} , r_{min} und d_{sec}

Ausgabe: Polygonstützstellen, gegeben als (x_e, y_e)

$a_c := a$

$b_c := b$

$collision := \mathbf{true}$

while $collision = \mathbf{true}$ **do**

$n := 0$

$loop := \mathbf{false}$

$ready := \mathbf{false}$

while $ready = \mathbf{false}$ **do**

$n := n + 1$

$\alpha := \frac{\pi}{2 \cdot n}$

for $i = 1$ **to** n **do**

$x_c(i) := \cos((i - 1) \cdot \alpha) - \sin((i - 1) \cdot \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

$y_c(i) := \sin((i - 1) \cdot \alpha) + \cos((i - 1) \cdot \alpha) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

end for

$x_c := [x_c, -flip(x_c), -x_c, flip(x_c)]$

$y_c := [y_c, flip(y_c), -y_c, -flip(y_c)]$

$x_e := a \cdot x_c$

$y_e := a \cdot y_c$

for $i = 1$ **to** $4 \cdot n$ **do**

$b_{side} := \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sqrt{a^2 \cdot \sin^2((i - 1) \cdot \alpha) + b^2 \cdot \cos^2((i - 1) \cdot \alpha)}$

$c_{side} := \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sqrt{a^2 \cdot \sin^2(i \cdot \alpha) + b^2 \cdot \cos^2(i \cdot \alpha)}$

$a_{side} := \sqrt{a^2 \cdot (\cos((i - 1) \cdot \alpha) - \cos(i \cdot \alpha))^2 + b^2 \cdot (\sin((i - 1) \cdot \alpha) - \sin(i \cdot \alpha))^2}$

$\beta := \arccos\left(\frac{b_{side}^2 + c_{side}^2 - a_{side}^2}{2 \cdot b_{side} \cdot c_{side}}\right)$

$l_{arc} := r_{min} \cdot (\pi - \beta)$

$r := r_{min}$

```

if  $l_{arc} < l_{min}$  then
     $l_{arc} := l_{min}$ 
     $r := \frac{l_{arc}}{\pi - \beta}$ 
end if
 $d(i) := \frac{r}{\tan(\frac{\beta}{2})}$  {minimale Kantenlänge, um den Kreisbogen einfügen zu können}
end for
for  $i = 1$  to  $4 \cdot n$  do
     $l_{edge} := \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sqrt{a^2 \cdot \sin^2((i-1) \cdot \alpha) + b^2 \cdot \cos^2((i-1) \cdot \alpha)}$ 
    if  $i = 1$  then
         $l_{edge_{min}(i)} := l_{min} + d(1) + d(4 \cdot n)$ 
        if  $\frac{l_{edge}}{2} < d(1)$  or  $\frac{l_{edge}}{2} < d(4 \cdot n)$  then
             $failed := \text{true}$ 
            break
        else
             $failed := \text{false}$ 
        end if
    else
         $l_{edge_{min}(i)} := l_{min} + d(i-1) + d(i)$ 
        if  $\frac{l_{edge}}{2} < d(i-1)$  or  $\frac{l_{edge}}{2} < d(i)$  then
             $failed := \text{true}$ 
            break
        else
             $failed := \text{false}$ 
        end if
    end if
    if  $l_{edge} < l_{edge_{min}}(i)$  then
         $failed := \text{true}$ 
        break
    else
         $failed := \text{false}$ 
    end if
end for
if  $loop = \text{true}$  then
    break
end if
if  $failed = \text{true}$  and  $n \neq 1$  then
     $x_e := x_{save}$ 
     $y_e := y_{save}$ 

```

```

    ready := true
  else if failed = true and n = 1 then
    ledgemin(2) := lmin + d(1) + d(2)
    if a <  $\frac{l_{edge_{min}}(2)}{2}$  then
      a :=  $\frac{l_{edge_{min}}(2)}{2}$ 
    end if
    if b <  $\frac{l_{edge_{min}}(1)}{2}$  then
      b :=  $\frac{l_{edge_{min}}(1)}{2}$ 
    end if
    n := 0
    loop := true
  end if
  xsave := xe
  ysave := ye
end while
if Die Kreisbögen mit der Ellipse kollidieren then
  a := a + dsec
  b := b + dsec
else
  collision := false
end if
end while

```

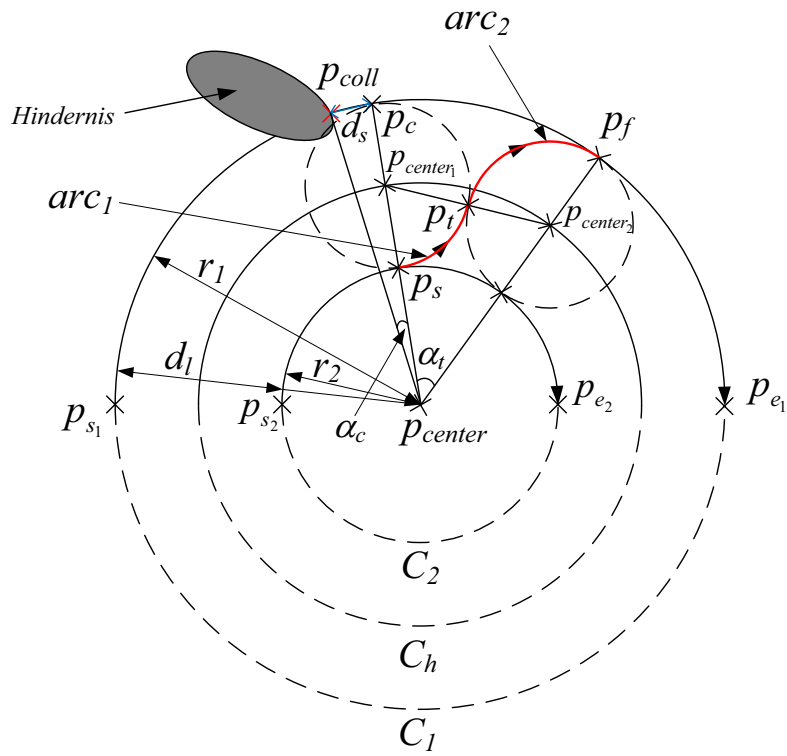



Abbildung A.2.: Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)

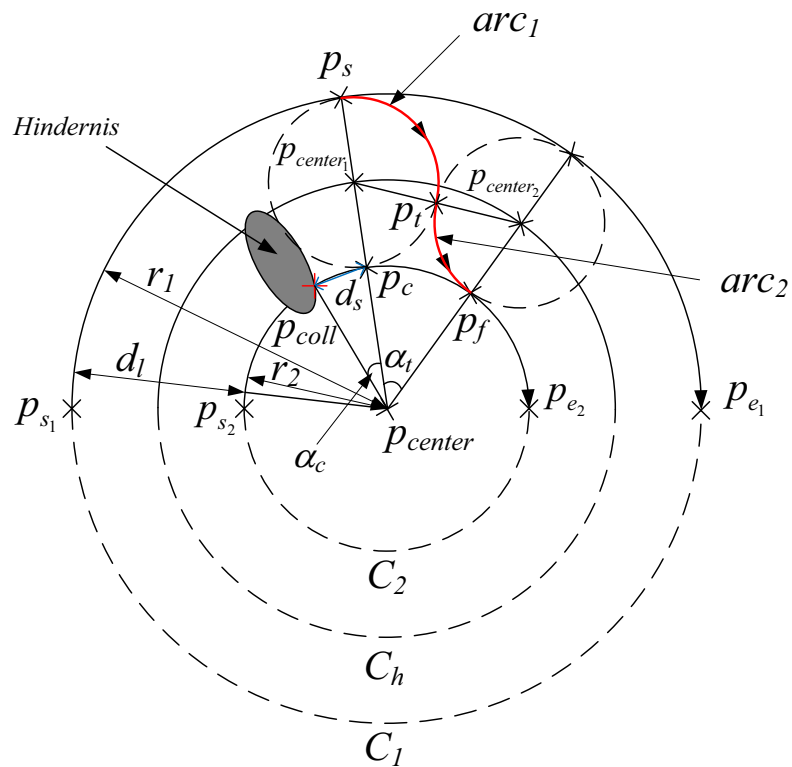


Abbildung A.3.: Spurwechsel zwischen Kreisbogenmanövern nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)

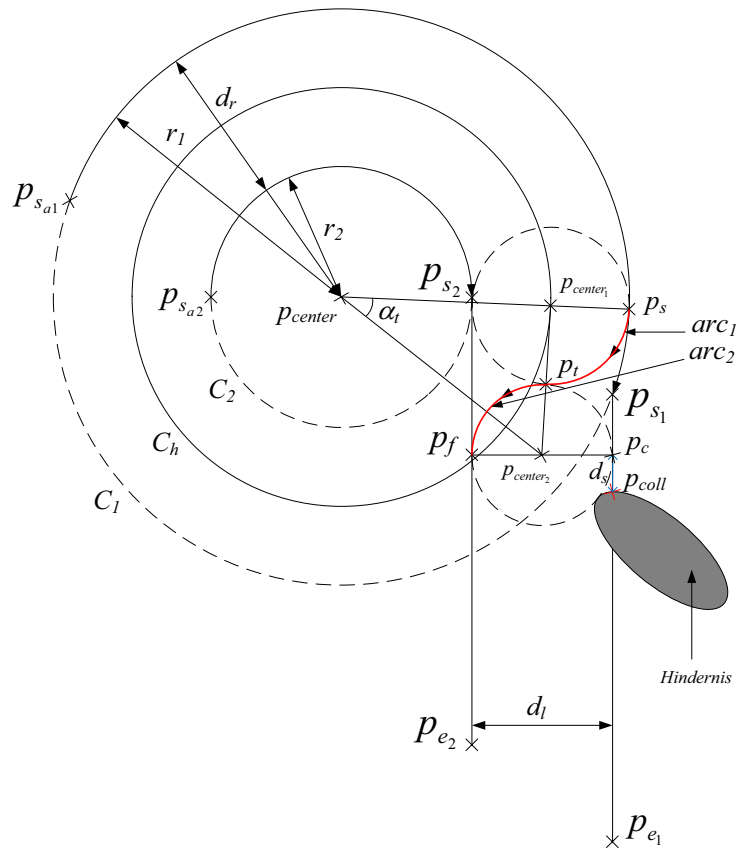


Abbildung A.4.: Spurwechsel zwischen Kreisbogen und Strecke vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)

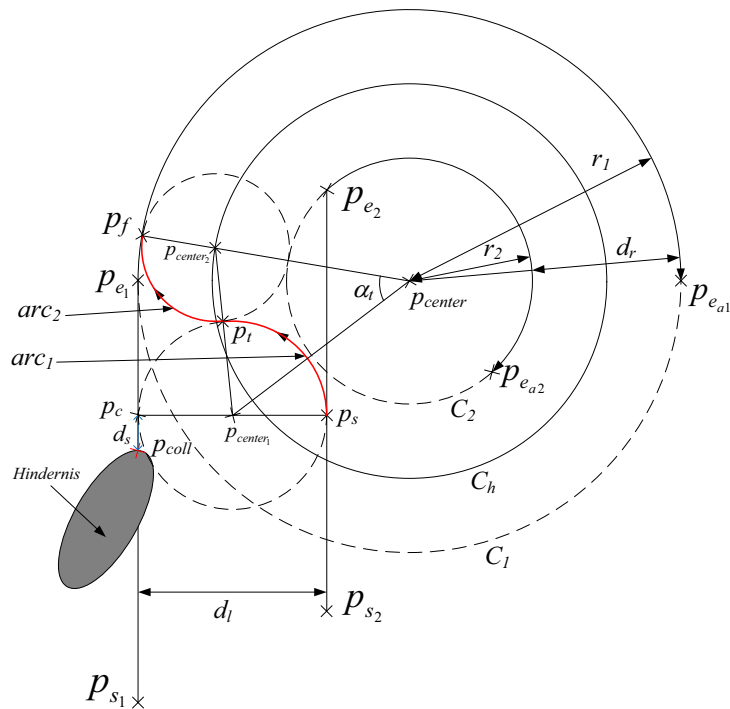
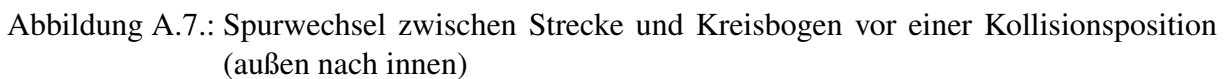
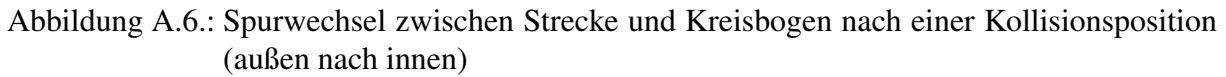


Abbildung A.5.: Spurwechsel zwischen Strecke und Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)



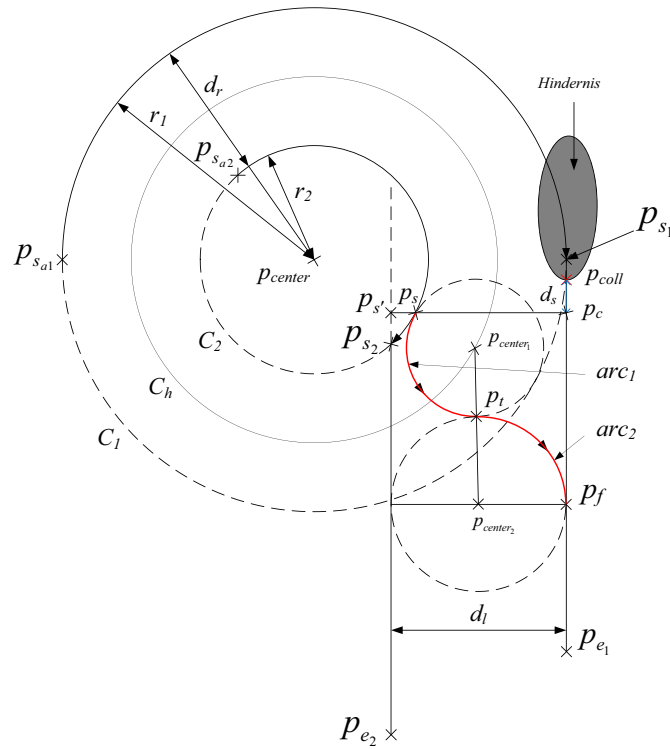


Abbildung A.8.: Spurwechsel zwischen Kreisbogen und Strecke nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)

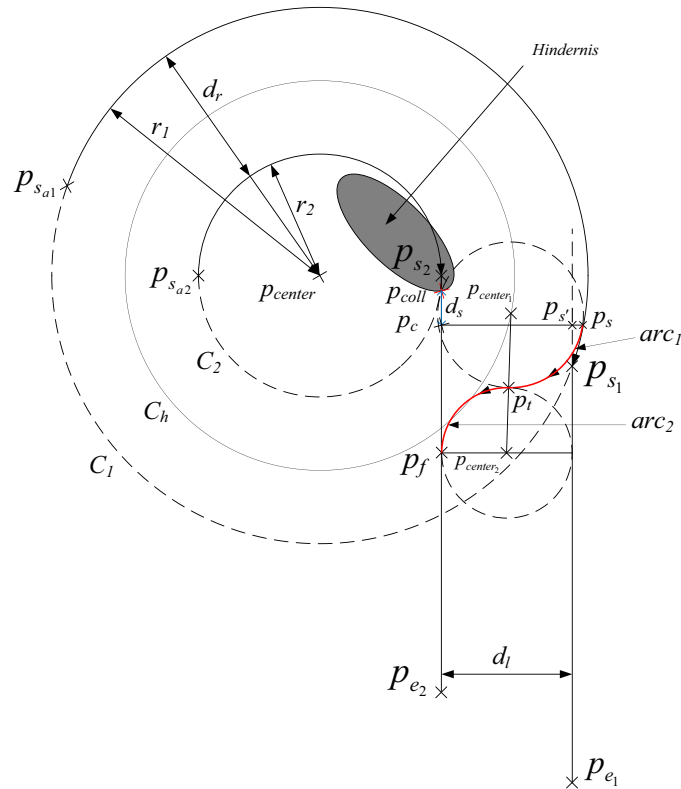


Abbildung A.9.: Spurwechsel zwischen Kreisbogen und Strecke nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)

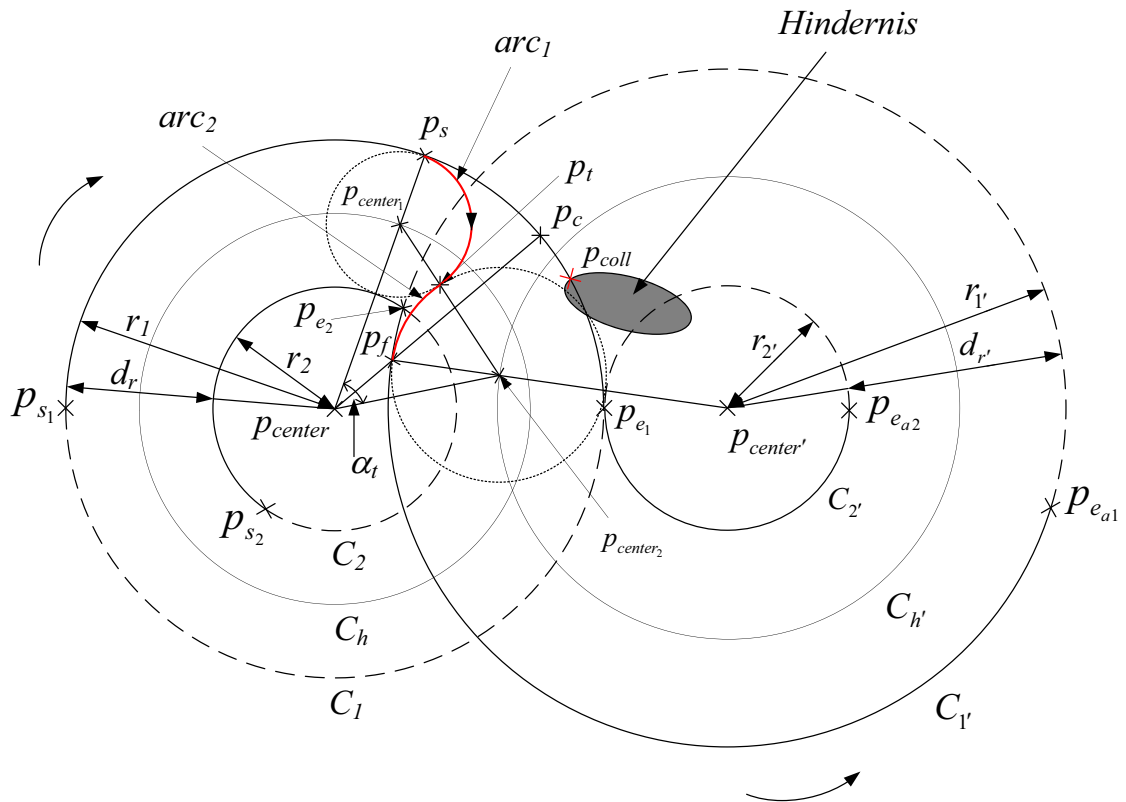


Abbildung A.10.: Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)

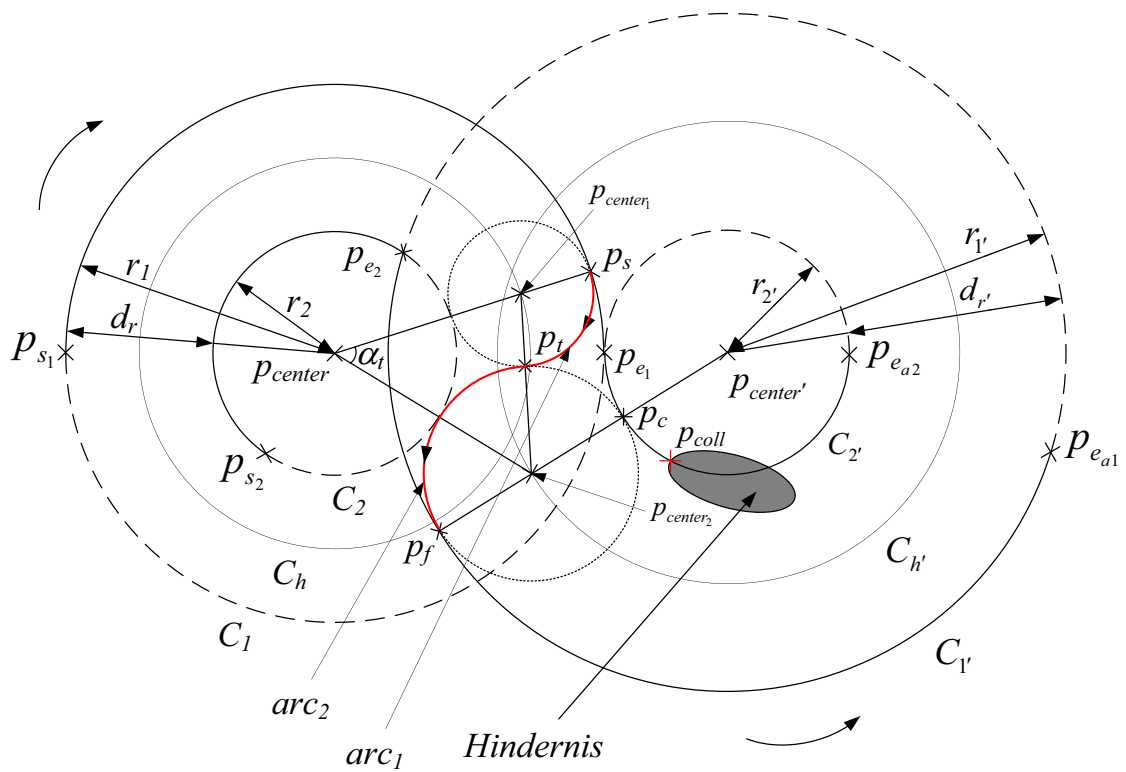


Abbildung A.11.: Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (innen nach außen)

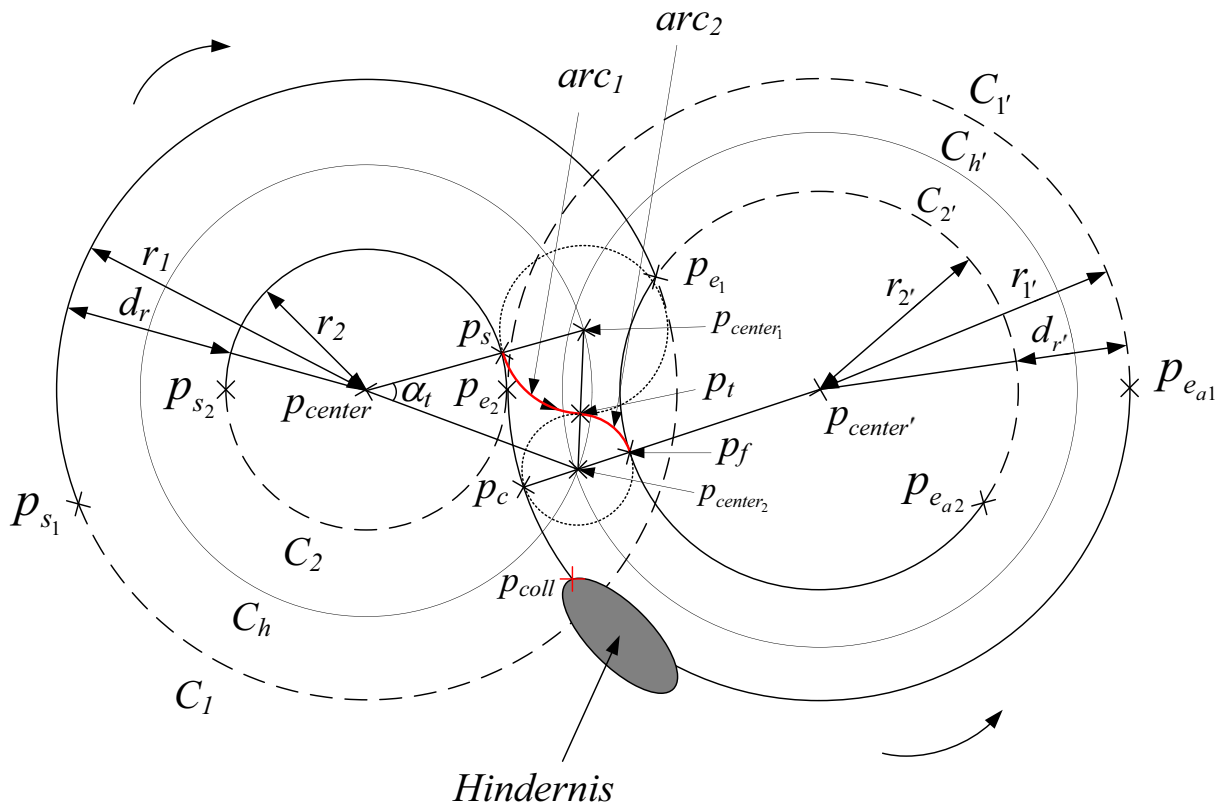


Abbildung A.12.: Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen vor einer Kollisionsposition (außen nach innen)

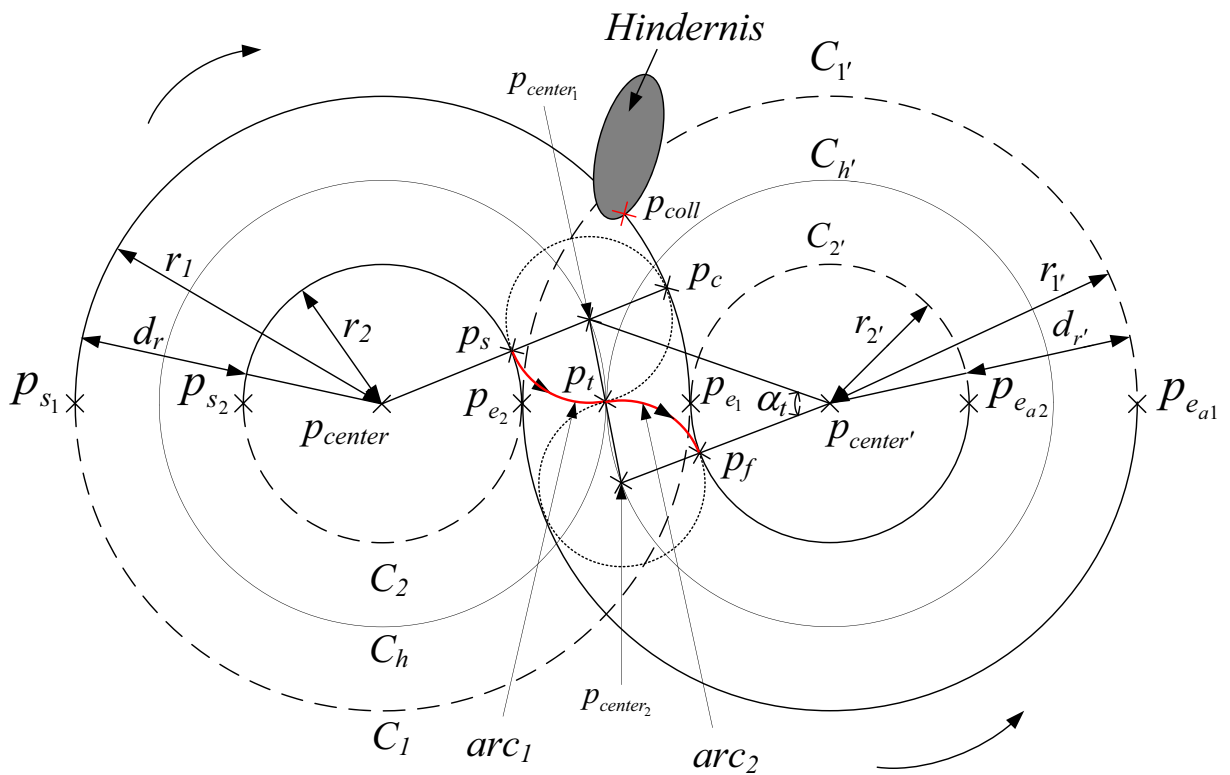


Abbildung A.13.: Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)

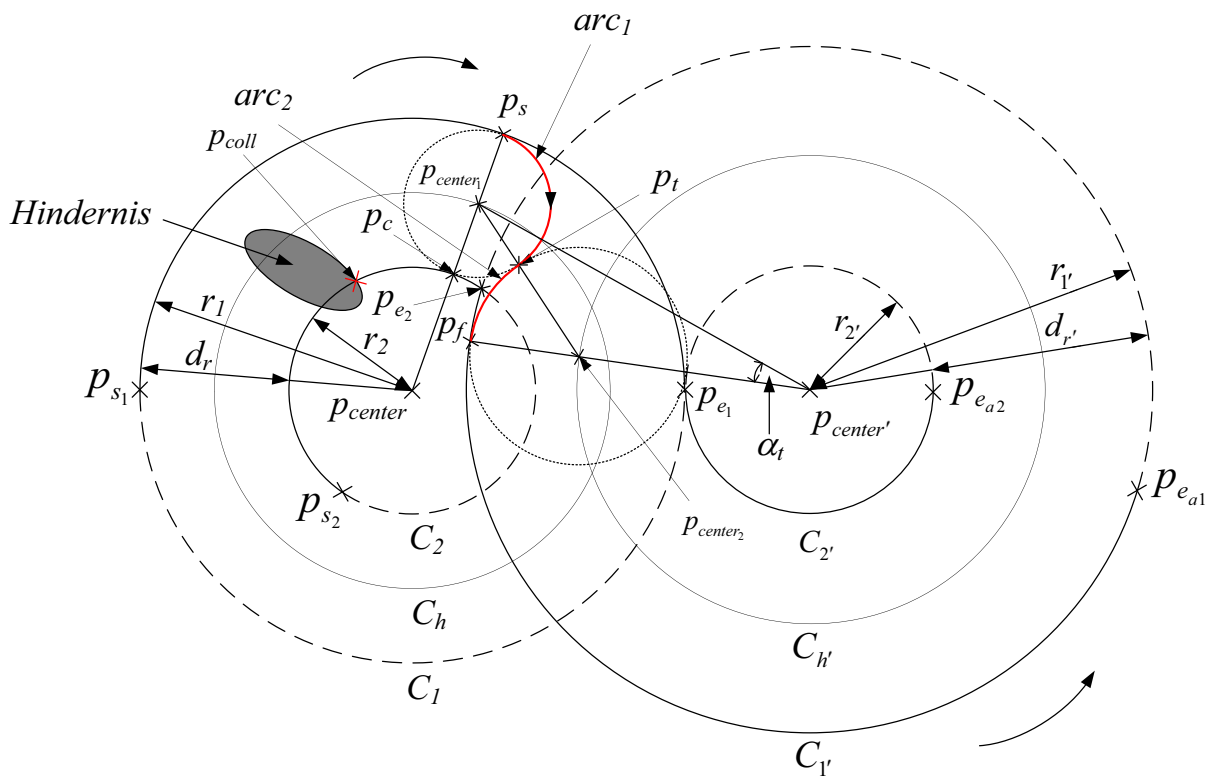


Abbildung A.14.: Spurwechsel zwischen Kreisbogen und neuem Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)

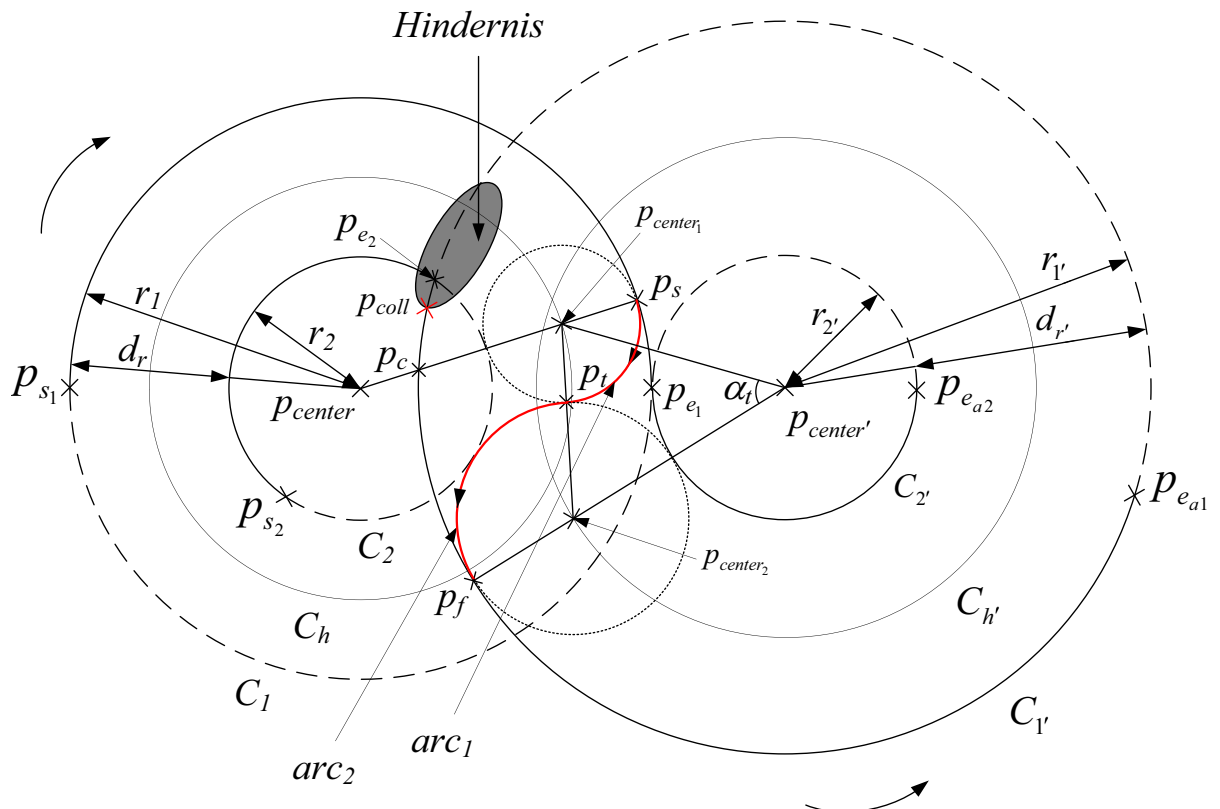


Abbildung A.15.: Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (innen nach außen)

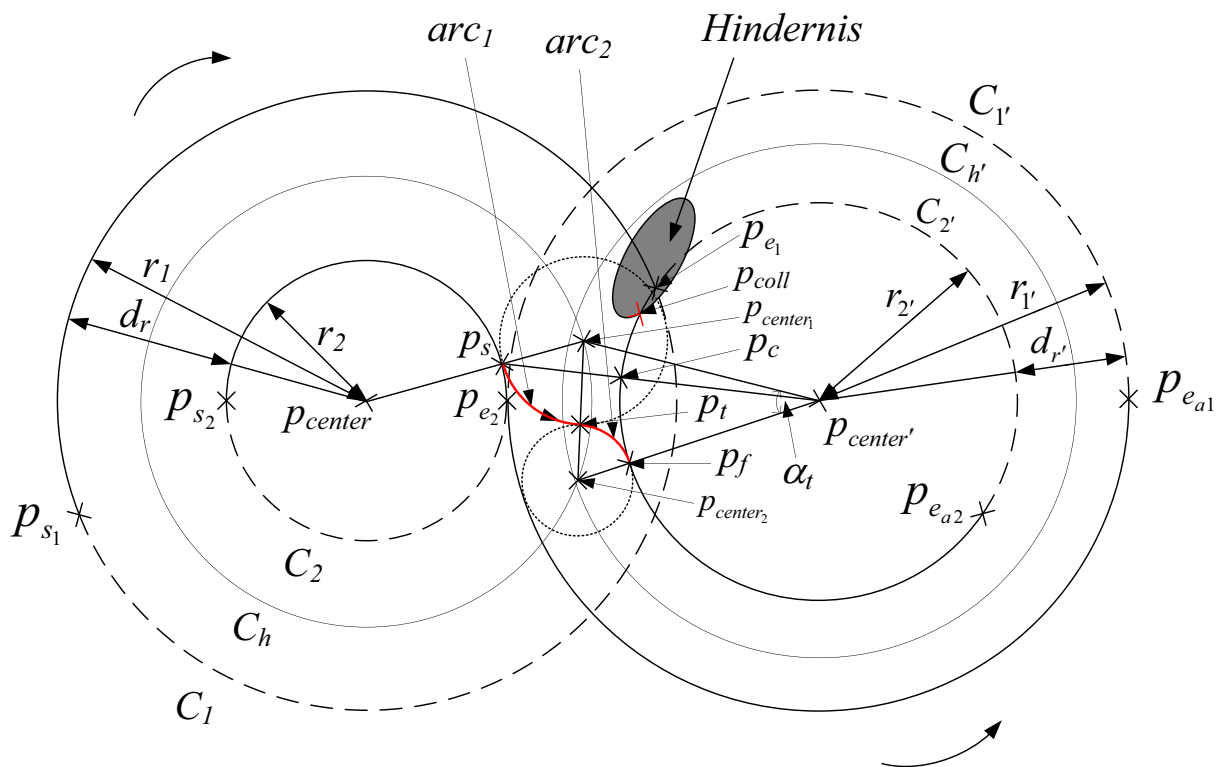


Abbildung A.16.: Spurwechsel zwischen neuem Kreisbogen und Kreisbogen nach einer Kollisionsposition (außen nach innen)

Literaturverzeichnis

- [ALR09] ALRIFAE, BASSAM: *Erweiterung eines Führungskonzeptes zur Hindernisvermeidung für Teams aus Autonomen Marinefahrzeugen*, Technische Universität Ilmenau, Studienarbeit, 2009
- [DLL57] DANZER, LUDWIG ; LAUGWITZ, DETLEF ; LENZ, HANFRIED: Über das Löwnersche Ellipsoid und sein Analogon unter den einem Eikörper einbeschriebenen Ellipsoiden. In: *Archiv der Mathematik* (1957), S. 214–219
- [EBE08] EBERLY, DAVID: *Moving Along a Curve with Specified Speed, Geometric Tools, LLC*. Version: 2008. <http://geometrictools.com/Documentation/MovingAlongCurveSpecifiedSpeed.pdf>, Abruf: 22.12.2009
- [EIC07] EICHHORN, MIKE-JOACHIM: *Intelligentes Führungskonzept für ein Autonomes Unterwasserfahrzeug in Sondersituationen*, Fakultät für Informatik und Automatisierung, Technische Universität Ilmenau, Diss., 2007
- [ERL01] ERLEBACH, THOMAS: *Algorithmen für Kommunikationsnetze*. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 2001. – Vorlesungsskript
- [FAC10] FACHGEBIET SYSTEMANALYSE (Hrsg.): *Fachgebiet Systemanalyse der TU Ilmenau*. Version: 2010. <http://www.tu-ilmenau.de/systemanalyse>, Abruf: 09.05.2010
- [GRE10] GREX (Hrsg.): *Webseite*. Version: 2010. <http://www.grex-project.eu>, Abruf: 09.05.2010
- [GSJO09] GLOTZBACH, T. ; SCHNEIDER, M. ; JACOBI, M. ; OTTO, P.: Obstacle Avoidance for Multiple Unmanned Marine Vehicles (MUMVs) in Close Formation. In: *IEEE OCEANS '09 Bremen*, 2009, S. n/a (CD Proceedings)
- [HOM08] HOMMEL, GÜNTER: *Robotik*. Technische Universität Berlin, 2008. – Vorlesungsskript
- [JAC04] JACOBI, MARCO: *Untersuchung von Bahnplanungsalgorithmen für das Autonome Unterwasserfahrzeug DeepC*, Technische Universität Ilmenau, Studienarbeit, 2004

- [KIM06] KIM, IK-SUNG: An Algorithm for Finding the Distance Between Two Ellipses. In: *COMMUNICATIONS- KOREAN MATHEMATICAL SOCIETY* (2006), S. 559–568
- [MZC37] MEYER ZUR CAPELLEN, WALTER FRITZ H.: Ersatz der Ellipse durch Korbbögen. In: *Teubner, Leipzig* (1937), S. 212–216
- [OFF04] OFFICIELLE, CARTE M.: *Accès a la rade de brest 7401L. Brest: Établissement Principal du Service Hydrographique et Océanographique de la Marine.* 2004
- [TEC10a] TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU (Hrsg.): *GREX - Realisierung des koordinierten Einsatzes unbemannter autonomer Marinefahrzeuge in Verbänden.* Version: 2010. <http://tu-ilmenau.de/systemanalyse/forschung/ausgewaehlte-anwendungsprojekte>, Abruf: 26.03.2010
- [TEC10b] TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU (Hrsg.): *Technische Universität Ilmenau.* Version: 2010. <http://www.tu-ilmenau.de>, Abruf: 09.05.2010
- [THE10] THE MATHWORKS (Hrsg.): *The MathWorks Homepage.* Version: 2010. <http://www.mathworks.com>, Abruf: 09.05.2010
- [UNI10] UNI PROTOKOLLE (Hrsg.): *Mit GREX in die Unterwasser-Welt - Internationales Forschungsprojekt zu Fahrzeugverbänden im Meer.* Version: 2010. <http://www.uni-protokolle.de/nachrichten/id/121688>, Abruf: 11.04.2010
- [VOL95] VOLMER, JOHANNES: Mechanismen für die gleichmäßige Teilung der Ellipse. In: *Mechanism and machine theory : tmm* (1995), S. 1255–1268
- [WUN70] WUNDERLICH, WALTER: Angenäherte Herstellung von Ellipsen. In: *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* (1970), S. 347–350